

Markus Gerd Heinz Küster

**Einfluss von Toleranzen auf das Betriebsverhalten
von elektromagnetischen Ventilen**

Einfluss von Toleranzen auf das Betriebsverhalten von elektromagnetischen Ventilen

Markus Gerd Heinz Küster



Universitätsverlag Ilmenau
2016

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Ilmenau als Dissertation vorgelegen.

Tag der Einreichung: 1. Juli 2013

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. h.c. Eberhard Kallenbach
(Steinbeis Transferzentrum Mechatronik Ilmenau)

2. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattel
(Technische Universität Ilmenau)

3. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack
(Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg)

Tag der Verteidigung: 15. Januar 2015

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

Universitätsverlag Ilmenau

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag

Herstellung und Auslieferung

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

www.mv-verlag.de

ISBN 978-3-86360-131-7 (Druckausgabe)

URN [urn:nbn:de:gbv:ilm1-2015000610](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2015000610)

Titelfoto: Veit Henkel | Fakultät für Maschinenbau, TU Ilmenau

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit bei der RAPA GmbH in Zusammenarbeit mit der Fakultät Maschinenbau der TU Ilmenau. Mein Aufgabenbereich umfasste hierbei die Entwicklung, den Aufbau und die Erprobung von Gleichstrommagneten für Hydraulikanwendungen von der ersten Musterphase bis zum Beginn des Serienanlaufes.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. h.c. Eberhard Kallenbach. Seine Einwilligung meine Arbeit zu betreuen, die zahlreichen Diskussionen, sein ungeheurer Erfahrungsschatz und seine motivierende Natur haben wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Bedanken möchte ich mich ebenfalls bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattel der TU Ilmenau und Herrn Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack der FAU Erlangen-Nürnberg für die Übernahme der Gutachtertätigkeit. Ebenfalls möchte ich mich bei den weiteren Mitgliedern der Promotionskommission bestehend aus dem Vorsitzenden Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Weber, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Mathias Weiß und Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin bedanken.

Für die Bereitstellung und die Unterstützung bei der Einarbeitung in die Entwurfssoftware SESAM gilt Herrn Priv.-Doz. Dr.-Ing. Tom Ströhla mein besonderer persönlicher Dank.

Bedanken möchte ich mich bei der RAPA GmbH, insbesondere bei Herrn Dr. Roman Pausch und Herrn Werner Döhla für die Möglichkeit eine Promotion im praxisbezogenen Umfeld eines mittelständischen Unternehmens umzusetzen.

Mein persönlicher Dank für zahlreiche Diskussionen und den motivierenden Antrieb geht an Frau Dr.-Ing. Rebekka Taubmann.

Die Erfahrungen die ich während meiner Zeit der Promotion in und um Ilmenau gemacht habe beschreiben Johann Wolfgang von Goethes Worte sehr passend: *"Ilmenau hat mir viel Zeit, Mühe und Geld gekostet, dafür habe ich aber auch etwas dabei gelernt und mir eine Anschauung der Natur erworben, die ich um keinen Preis umtauschen möchte."*

Selb, im März 2016

Markus Küster

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit knüpft an die aktuellen Forderungen aus Wirtschaft und Industrie nach erhöhter Zuverlässigkeit und Qualität in der Fertigung von elektromagnetischen Ventilen unter zunehmenden Kostengesichtspunkten an.

Toleranzen, die bei der Produktion von elektromagnetischen Ventilen auftreten können, werden analysiert, klassifiziert und Wege werden aufgezeigt, wie diese in der Auslegungsphase zu berücksichtigen sind.

Ein besonderes Augenmerk liegt auf den Lagetoleranzen, die an Topfmagneten mit radialen Flussübertritten zu Querkraften führen. Es werden verschiedene Berechnungsmethoden untersucht und mit Messergebnissen verglichen.

Verschiedene stochastische Verfahren und aktuelle Berechnungsmöglichkeiten werden vorgestellt und zunächst an einfachen Modellen angewendet. Das Zusammenspiel von variierenden magnetischen und geometrischen Eigenschaften wird beispielhaft an einem ausgewählten polarisierten Aktor mit Hilfe der Netzwerkmethodik betrachtet. Aufbauend auf dem Modell wird der Einfluss von Eingangsverteilungen und unterschiedlichen Justageprozessen ermittelt. Abschließend wird die simulierte Fertigung mit einer Musterfertigung verglichen.

Anhand der gewonnenen Erkenntnisse wird an einem Topfmagnet eine Vorgehensweise aufgezeigt, welche die Berücksichtigung von Toleranzen im Entwurfsprozess ermöglicht. Es wird der Einfluss des Auslegungspunktes auf die Sensitivität des Topfmagneten gezeigt. Für die unterschiedlich gewählten Auslegungspunkte wird eine Kosten-Toleranz-Optimierung durchgeführt. Damit die Toleranzen im Entwurfsprozess mit einbezogen werden können, wird ein Algorithmus implementiert. Die Optimierung bietet dem Konstrukteur Unterstützung bei der Festlegung von Toleranzen und ein Hilfsmittel zur aktiven Bewertung und Reduktion von Kosten im Entwurfsprozess.

Die reale Serienproduktion wird in den virtuellen Entwurf miteinbezogen. Bereits in einem sehr frühen Stadium der Entwicklung ist es möglich, die Robustheit des Systems in Hinsicht auf eine Serienfertigung vorherzusagen. Der gesamte Entwicklungsprozess wird somit von Beginn an effektiver und effizienter. Die aus der virtuellen Entwicklung stammenden Verteilungsmaße können für Prozessüberlegungen genutzt werden. Die Integration des Fertigungsprozesses bzw. der Fertigungsstrategie kann in einer früheren Entwicklungsphase stattfinden.

Abstract

This paper ties in with the present demands of business and industry for increased reliability and quality in the manufacture of electromagnetic valves.

Tolerances that can occur during the production of electromagnetic valves are analyzed, classified and identification ways such as these must be considered in the design process.

Particular emphasis is being placed on the position tolerances. These lead to transverse forces on pot magnets with radial flow crossings. Different methods of calculation are analyzed and compared with measured results.

Different stochastic methods and state of the art calculation procedures are presented and applied first to simple models. The interaction of varying magnetic and geometric properties is considered by way of example on a chosen polarized actuator using the network method. Based on the model, the influence of input distributions and different alignment processes is determined. Finally, the production simulation is compared with a sample production.

With reference to the experience gained in the previous studies, an approach is demonstrated on a pot magnet which allows consideration of tolerances in the design process. The influence of the design point is shown on the sensitivity of the pot magnet. For different design points chosen a cost-tolerance optimization is performed. So that the tolerances can be involved in the design process, an algorithm is implemented. The optimization provides the design engineer with assistance for the definition of tolerances and a tool for active review and reduction of cost in the design process.

The real serial production is integrated into the virtual design. At a very early stage of development, it is possible to predict the robustness of the system in terms of serial production. Thereby the entire development process will be more effective and efficient from the very beginning. In addition the distribution measurement which originates from the virtual development can be used for process consideration. The integration of the production process or the manufacturing strategy can take place in an earlier stage of the development process.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Technik	1
1.2	Präzisierung der Aufgabenstellung	3
2	Elektromagnetische Ventile und deren Toleranzen	6
2.1	Grundstruktur eines elektromagnetischen Antriebs . . .	6
2.2	Berechnung der Magnetkraft	7
2.3	Toleranzen	11
2.3.1	Einteilung der Toleranzen	14
2.3.2	Eigenschaften magnetischer Werkstoffe	16
2.3.3	Form-, Maß- und Lagetoleranzen	26
3	Radialkräfte an Gleichstrommagneten infolge Lagetoleranzen	35
3.1	Einflussparameter	37
3.2	Berechnung und Vorhersage von Radialkräften	37
3.2.1	Lineare Modelle	39
3.2.2	Nichtlineare Modelle	45
3.3	Untersuchungen an einem Proportionalmagneten	52
3.3.1	Dreidimensionale Finite Elemente Methode (3D FEM)	55
3.3.2	Ergebnisse	58
3.3.3	Verhalten bei kleiner Ansteuerung	63
3.3.4	Radialarbeit	68
3.4	Ermittlung von Radialkräften an realen Teilen	72
3.5	Vergleich zwischen Versuch und Simulation	77
3.6	Statik des Ankers	78
3.7	Anwendungsbeispiel: Lebensdauerberechnung	82
3.8	Zusammenfassung	85
4	Statistik	86
4.1	Verteilungen	86
4.2	Fehlerfortpflanzungsgesetz	89
4.3	Zentraler Grenzwertsatz	91

4.4	Beziehung zwischen Toleranz und Standardabweichung	93
4.5	Klassenbildung	94
4.6	Stochastische Analyse	95
4.6.1	Statistisches Verhalten eines einfachen elektromagnetischen Ventils	96
4.6.2	Statistisches Verhalten eines segmentierten quasi radial magnetisierten Permanentmagneten	100
4.7	Zusammenfassung	104
5	Einfluss von Toleranzen auf einen Linearaktor	105
5.1	Funktion und Modellbildung des Aktors	105
5.2	Untersuchungen an dem Linearaktor	110
5.3	Dichteschwankungen des Sintermaterials	111
5.4	Verifizierung des Netzwerkmodells	114
5.5	Analyse der Varianten	116
5.5.1	Statistische Auswertung	117
5.5.2	Vergleich und Bewertung	118
5.6	Vergleich zwischen Versuch und Simulation	122
5.7	Einfluss der Eingangsverteilungen	123
5.8	Vergleich von Justageprozessen	124
5.9	Fehlerfortpflanzungsgesetz	127
5.10	Zusammenfassung	129
6	Berücksichtigung von Toleranzen im Entwurfsprozess	130
6.1	Zusammenhang zwischen Nennmaß und Toleranz	130
6.2	Prinzipieller Ablauf der entwickelten Vorgehensweise	133
6.3	Robuste Optimierung	136
6.4	Vergleich der Berechnungsverfahren	137
6.5	Kosten-Toleranz-Optimierung	139
6.6	Zusammenfassung	142
7	Zusammenfassung und Ausblick	145
	Literaturverzeichnis	147

Verzeichnis verwendeter Formelzeichen und Abkürzungen

Lateinische Formelzeichen

$(BH)_{max}$..	maximale Energiedichte	[kJ/m ³]
ΔW_m^*	Änderung der magn. Co-Energie	[Ws]
A	Fläche, Querschnittsfläche	[m ²]
a	Bereichs-Energiefaktor (Gl. (2.13))	[A/m]
a	Kantenabtragung (Gl. (2.10))	[m]
A_δ	Fläche, Querschnittsfläche des Luftspaltes	[m ²]
A_{Fe}	Fläche, Querschnittsfläche des Eisenkreises	[m ²]
a_v	Breite der Verschleißfläche	[m]
B	magn. Flussdichte	[T]
b_{kl}	Klassenbreite	
b_{Lager}	Breite des Lagers	[m]
B_R	Remanenzflussdichte	[T]
b_{Sk}	Breite des Steuerkonus	[m]
B_S	Sättigungsflussdichte	[T]
c	Blochwand-Biegekonstante	
c_I	Regressionsfaktor	[Ws]
$c_{\theta=0}$	magn. Federsteifigkeit	[N/m]
c_{eff}	effektive Steifigkeit	[N/m]
c_{Feder}	mechanische Federsteifigkeit	[N/m]
c_{lu}	Konstante für Gl. (3.9)	[N]
c_{radial}	radiale Steifigkeit	[N/m]
c_r	Rollwiderstand	
D	geometrische Mittel	[m]
D_1	untere Grenze des Nennmaßbereiches	[m]
D_2	obere Grenze des Nennmaßbereiches	[m]
e	Exzentrizität	[m]
e_{max}	maximale Exzentrizität	[m]
F	Magnetkraft	[N]
$F(x)$	Verteilungsfunktion	
$f(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	
F_0	Kraft in Nulllage	[N]
$F_{\Delta Rmax}$	maximale Fehler der Radialkraft	

F_{Σ}	Gesamtkraft (Reibungshysterese)	[N]
F_{asym}	Kraftasymmetrie	[N]
F_{Fl}	Radialkraft am Flussleitrohr	[N]
F_{Halte}	Haltekraft	[N]
F_i	idealisierte bzw. nutzbare Magnetkraft	[N]
$F_{nlHalte}$	Haltekraft nach Gl. (4.7)	[N]
F_n	Normalkraft	[m]
F_R	Radialkraft	[N]
F_{St}	Radialkraft am Steuerkonus	[N]
$g(x)$	funktionaler Zusammenhang	
G_m	magn. Leitwert	[Vs/A]
G_p	magn. Leitwert des parasitären Luftspaltes	[Vs/A]
H	magn. Feldstärke	[A/m]
H_{cB}	Koerzitivfeldstärke ($B = 0$)	[A/m]
H_C	Koerzitivfeldstärke	[A/m]
H_{FM}	magnetische Hysterese	[N]
H_{FR}	Reibungshysterese	[N]
H_F	Gesamthysterese	[N]
h_{ls}	Luftspalthöhe	[m]
h_p	Höhe einer Schicht	[m]
h_{st}	Höhe des Stapels	[m]
h_v	Verschleißhöhe	[m]
I	elektrischer Strom	[A]
i	Toleranzfaktor	
$j_{0.2}$	Regressionsfaktoren	
K	Kosten	
k	Blochwand-Haftkonstante	[A/m]
k_I	Regressionsfaktor	
K_K	Toleranzfaktor nach Gl. (6.4)	
K_{Tab}	Toleranzfaktor nach Tabelle [136]	
k_v	Verschleißkoeffizient	[m ³ /(Nm)]
L	Induktivität	[H]
l	Länge	[m]
l_1	Abstand Kraftangriffspunkt Steuerkonus	[m]
l_2	Abstand Kraftangriffspunkt Flussleitrohr	[m]
l_3	Lagerabstand	[m]
M	Magnetisierung	[A/m]
M_{anh}	anhysteretische Magnetisierung	[A/m]
M_{irr}	irreversible Magnetisierung	[A/m]
m_{streu}	Steigung der Regressionsgeraden	
M_S	Sättigungsmagnetisierung	[A/m]
n_k	Klassenanzahl	
N_F	Nennwert	

n_{seg}	Segmentanzahl	
n_{zyk}	Anzahl der Schaltzyklen	
p_{asym}	hydraulische Drucksymmetrie	[bar]
p_A	hydraulischer Druck am Anschluss A	[bar]
p_B	hydraulischer Druck am Anschluss B	[bar]
Q	normierte Radialkraft	
$Q(p)$	Quantilfunktion	
Q_{ab}	Verhältnis der Kantenabtragung	
r	Radius	[m]
r_1	äußerer Radius des Ankers	[m]
r_2	innerer Radius des Flussleitrohres	[m]
r_3	äußerer Radius des Flussleitrohres	[m]
$R_{\delta 1}$	magn. Widerstand des Arbeitsluftspaltes 1	[A/(Vs)]
$R_{\delta 2}$	magn. Widerstand des Arbeitsluftspaltes 2	[A/(Vs)]
R_{Anker}	magn. Widerstand des Ankers	[A/(Vs)]
R_D	magn. Widerstand eines Magnetsegmentes	[A/(Vs)]
R_{Ersatz}	magn. Ersatzwiderstand (Dauermagnet)	[A/(Vs)]
R_{Fe}	Eisenwiderstand	[A/(Vs)]
r_{Lager}	Radius des Lagers	[m]
R_m	magn. Widerstand	[A/(Vs)]
R_{Para}	magn. Widerstand des parasitären Luftspaltes	[A/(Vs)]
R_p	Widerstand des parasitären Luftspaltes	[A/(Vs)]
r_{Welle}	Radius der Welle	[m]
S	Sensitivität	
S_{Σ}	Summensensitivität	
$S_{\Sigma Grenz}$	Grenzwert der Summensensitivität	
S_i	Sensitivitätskoeffizient	
s_v	Gleitweg	[m]
T	Toleranz	
$T_{ MCS-Ffg }$	absolute Differenz der Toleranz zw. MCS und Ffg	[N]
t_{ber}	Berechnungszeit	[s]
T_{IT}	Toleranz, Toleranzgrad	
T_K	Temperaturkoeffizient für B_R / H_{cB}	[%/K]
T_K	Toleranz nach Gl. (6.5)	[m]
T_{Matek}	Toleranz nach Gl. (6.3) [138]	[m]
T_{mEt}	maximale Einsatztemperatur	[°C]
T_{rel}	relative Toleranz	
T_{SF}	Streubreite der Kraft	[N]
V	Aktorvolumen	[m ³]
V	magn. Spannung (Gl. (2.1))	[A]
w	Windungszahl	
w_{Fe}	spezifische Ummagnetisierungsverlust	[J/m ³]
W_{mech}	mechanische Energie	[Ws]

W_m^*	magn. Co-Energie	[Ws]
W_{radial}	Radialarbeit	[Ws]
W_{th}	theoretische Hubarbeit	[Ws]
W_v	Verschleißvolumen	[m ³]

Griechische Formelzeichen

α	Approximationskoeffizient (Gl. (5.3))	[Am/(Vs)]
α	Bereichs-Koppelfaktor (Gl. (2.12))	
β	Approximationskoeffizient	[m ² /(Vs)]
δ	Hub, Länge des Arbeitsluftspaltes	[m]
ϵ	normierte Exzentrizität	
Γ	Richtungsvariable	
γ	Approximationskoeffizient	[Vs/(Am)]
κ	Winkel für Luftspalthöhe	[°]
$\lambda_1 \dots \lambda_4$	Koeffizient für Lambda-Verteilung	
μ	Mittelwert	
μ_0	Permeabilität des Vakuums	[Vs/(Am)]
μ_3	Schiefe	
μ_4	Wölbung	
μ_r	Reibwert	
Φ	magnetischer Fluss	[Vs]
Ψ	verketteter magnetischer Fluss	[Vs]
ψ	relatives Lagerspiel nach Gl. (3.56)	
ρ	Dichte	[kg/m ³]
σ	Standardabweichung	
σ^2	Varianz	
σ_{max}	Größtfehler	
Θ	magn. Durchflutung	[A]
θ	Koeffizient für halbierte Normalverteilung (Gl. (5.4))	
Θ_D	magn. Durchflutung durch Dauermagneten	[A]
Θ_{Ersatz}	magn. Ersatzspannung (Dauermagnet)	[A]
Θ_E	magn. Durchflutung durch Spule	[A]
φ	Kraftangriffswinkel	[°]

Abkürzungen

FEM	Finite-Elemente-Methode
Ffg	Fehlerfortpflanzungsgesetz
Gew.-%C ..	Gewichtsprozent Kohlenstoff
hNv	halbierte Normalverteilung
IT	Internationale Toleranz
MCS	Monte-Carlo-Simulation
Nv	Normalverteilung

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Stand der Technik

Elektromagnetische Aktoren sind bereits seit beinahe zwei Jahrhunderten erfolgreich im Einsatz. Zum heutigen Zeitpunkt sind sie in vielen Anwendungsbereichen zu finden. Sie zeichnen sich durch eine kostengünstige und robuste Konstruktion aus. Eine kurze Zusammenfassung der einzelnen Entwicklungsetappen des Gleichstrommagneten ist in [1] zu finden. Im letzten Jahrhundert war der Entwicklungsprozess von analytischen Berechnungsverfahren geprägt. Mit der Einführung von Personal Computern verbreitete sich der rechnergestützte Entwurf. Zum heutigen Stand ist der ganzheitliche Systementwurf nach der Richtlinie VDI 2206 bei der Entwicklung von elektromagnetischen Aktoren sehr bekannt [2]. Durch den Einsatz numerischer Methoden ist es möglich, in den ersten Entwurfsphasen die Eigenschaften eines Aktors sehr gut vorherzusagen. In Arbeiten wie [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] wurden unter Anwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM) sehr gute Ergebnisse erreicht. Darüber hinaus kann mit weiterer Entfeinerung eine sehr gute Grobdimensionierung durchgeführt werden. Hier hat sich die Netzwerkermethode bewährt [10]. Sie erlaubt es, mit Hilfe des $\Psi(I, \delta)$ -Kennlinienfeldes und einer geeigneten Simulationssoftware wie z. B. Matlab/Simulink, Modelica, SESAM oder SimulationX das dynamische Verhalten vorherzusagen [11, 12, 13, 14, 15]. Die Netzwerkermethode zeichnet sich besonders durch eine sehr geringe Rechenzeit aus. Sie ist sowohl zur Bestimmung des stationären Verhaltens geeignet, bei stark gesättigten Magnetkreisen muss der Streufluss bekannt sein, als auch zur Bestimmung des dynamischen Verhaltens. Hinsichtlich der Güte der Ergebnisse sei auf Veröffentlichungen wie [4, 6, 7, 16, 17] verwiesen. Weiterhin soll die Möglichkeit der dreidimensionalen FEM (3D FEM) genannt werden. Die Rechenzeiten sind im Vergleich zur zweidimensionalen FEM (2D FEM) wesentlich höher.

Bei den oben aufgeführten Veröffentlichungen wird das Thema der Varianz von Eigenschaften nicht ausführlich behandelt. Damit sind zum einen Schwankungen in den magnetischen Eigenschaften von Materialien, zum anderen geometrische Unterschiede von Teilen und Baugruppen von den Sollvorgaben gemeint. Die Varianz der aufgezählten Merkmale kann zu erheblichen Abweichungen der Eigenschaften eines Aktors führen.

Diese Aufgabenstellung hat in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen. Auf Grund des Wettbewerbs besteht die Forderung nach kürzeren Entwicklungszeiten, einer Erhöhung der Qualität und Reduktion von Kosten [18]. Um diesen gerecht zu werden, ist es notwendig, Produkte nicht erst in der Musterphase hinsichtlich ihrer Robustheit zu untersuchen, sondern bereits vorbeugend in der Entwurfsphase. In anderen technischen Bereichen ist dies bereits wie z. B. bei mechanischen Systemen umgesetzt [19, 20]. Es kommt zu einer Verlagerung von der Testphase in die Entwurfsphase. Mit Hilfe der Simulation ist es möglich, Varianzen der Eingangsparameter zu berücksichtigen und die Auswirkung dieser am virtuellen Prototypen [2] aufzuzeigen. Die Simulation trägt somit zu einem qualitätsgerechten Entwurf bei und hilft die widersprüchlichen Forderungen zu bewältigen.

In [21, 22, 23, 24, 25] wird eine probabilistische Simulation und Optimierung von Magnetantrieben durchgeführt. Zum einen wird an einem Blindenschrift-Nadelantrieb der Einfluss von verteilungsbehafteten Eingangsgrößen dargestellt. Der Nadelantrieb wird hierbei mit einem einfachen Netzwerkmodell abgebildet. Zum anderen erfolgt an einem polarisierten Magnetaktor eine Grobdimensionierung und eine anschließende robuste Auslegung. Durch die Kopplung von der 2D FEM und der Netzwerkmethod werden Toleranzen des Magnetkreises (Höhe des Ankers, Breite des Jochs etc.) berücksichtigt und die Auswirkung auf ausgewählte Bewertungsgrößen (Dynamik, Kraft) aufgezeigt. Des Weiteren werden die gängigen Verfahren zur probabilistischen Simulation vorgestellt.

Eine robuste Auslegung mittels einer Qualitätsverlustfunktion nach Taguchi für einen Topfmagneten ist in [26] enthalten. Hierin wird mittels einer Optimierungssoftware und dem Einsatz der 3D FEM die Auslegung durchgeführt. Dabei werden Maßtoleranzen, Schwankungen der magnetischen Eigenschaften und der Spulenansteuerung berücksichtigt. In den Veröffentlichungen wird jeweils die gleiche Optimierungssoftware in der Entwurfsphase verwendet ([21]-[26]).

Ein ähnlicher Ansatz ist in [27] enthalten. Unter Zuhilfenahme der Netzwerkmethode wird der Einfluss von Varianzen auf das statische und dynamische Verhalten eines Gleichstrommagneten untersucht. Ein Vergleich zu realen Messdaten der untersuchten Aktoren bleibt bei den oben angeführten Veröffentlichungen aus ([21]-[27]). Der Einfluss von Materialschwankungen im Bereich des Steuerkonus auf die Kraft-Hub-Charakteristik für einen Proportionalantrieb ist in [28] dargestellt. Bereits kleine Abweichungen im Verlauf der Magnetisierungskurve der beteiligten Materialien haben einen großen Einfluss auf die Magnetkraft-Hub-Kennlinie.

Zum heutigen Zeitpunkt werden Abweichungen, die sich in Folge von z.B. Form-, Maß- und Lagetoleranzen oder Materialschwankungen ergeben, meist durch die Vermessung von Musterchargen ermittelt. Die verwendeten Einzelteile werden nach vorgegebener Zeichnung unter Einhaltung der Toleranzen gefertigt. Nach erfolgter Endmontage werden die Aktoren der Charge hinsichtlich ihrer definierten Eigenschaften vermessen. Die gewonnenen Daten werden statistisch ausgewertet und bewertet (vgl. Abschnitt 5.6). Falls nötig, wird auf Grund von zu starken oder zu geringen Abweichungen ein weiterer Optimierungszyklus notwendig. Damit liegen die Erfahrungswerte aus der Fertigung des Aktors beim jeweiligen Hersteller. Auf Basis der ermittelten Abweichungen wird von der Musterfertigung auf die Serienfertigung geschlossen. Die Art und Größe der Abweichungen ist zum einen für die Funktion relevant, zum anderen tritt, vermehrt auf Grund des mechatronischen Ansatzes [2], das Gesamtsystem in den Mittelpunkt. Die Überprüfung des Gesamtsystems geschieht hierbei mittels Grenzmuster [29, 30, 31].

1.2 Präzisierung der Aufgabenstellung

Wie aus dem Stand der Technik hervorgeht, hat die Simulation einen hohen Stellenwert im Entwicklungsprozess und erlaubt eine gute Vorhersage der Eigenschaften eines virtuellen Prototypen [2], unabhängig von der eingesetzten Berechnungsmethode. Auf Grund der hohen Qualität der Simulationsergebnisse können Toleranzeinflüsse heute in die Entwurfsphase mit eingeschlossen werden.

In den bisherigen Veröffentlichungen ist meist nur ein Merkmal (Material-, Form-, Maß- und Lagetoleranzen) für sich betrachtet. Es muss davon ausgegangen werden, dass mehrere Merkmale gleichzeitig variieren können. Es wird das prinzipielle Vorgehen, Toleranzen mit

einzubeziehen, dargelegt. Eine Vorgehensweise, dies gezielt im Entwurfsprozess von elektromagnetischen Ventilen anzuwenden, wird dabei nicht behandelt. Um dies zu ermöglichen, müssen zunächst notwendige Grundlagen geschaffen werden.

Der Weg muss von einem bisher als ideal angesehenem Einzel- oder Bauteil hin zu einem realen toleranzbehafteten gehen. Hierzu sind die Toleranzen, die bei elektromagnetischen Ventilen auftreten können, zu analysieren und zu klassifizieren. Es soll kurz auf die Folgen der unterschiedlichen Toleranzarten eingegangen werden. Falls erforderlich, sollen Wege aufgezeigt werden, wie diese im Entwurfsprozess mit berücksichtigt werden können.

Eine besondere Bedeutung kommt den Lagetoleranzen zu. Diese können an Elektromagneten in Folge von Querkraften zu einer Reibungshysterese führen [5, 32]. Die Funktion kann hiervon stark beeinträchtigt werden. Bei einer Neuauslegung eines elektromagnetischen Ventils ist der Konstrukteur stets mit der Frage konfrontiert, wie die parasitären Übertritte zu gestalten sind, damit sind Nebenluftspalte, die fertigungstechnisch bzw. zur Realisierung der Lagerung des Ankers notwendig sind, gemeint. Die zusätzlichen Luftspalte scheren die Magnetisierungskennlinie zusätzlich [1]. Die Frage ist nicht einfach zu beantworten. Eine Abschätzung möglicher auftretender Querkraften kann nach [32] erfolgen. Alternativ kann die Berechnung mittels der Netzwerkmethod oder der 3D FEM erfolgen. Die 3D FEM Berechnung erfordert eine zeitintensive Modellvorbereitung und hohe Rechenzeit. Ein Vergleich zwischen Versuch und Simulation ist bis heute nicht dokumentiert. Es sollen daher die bekannten Ansätze untersucht, neue gesucht und diese mit Messungen verglichen werden.

Das statistische Verhalten der Ausgangsgrößen von Gleichstrommagneten bei toleranzbehafteten Eingangsgrößen soll zunächst an einfachen nachvollziehbaren Modellen untersucht werden. Hierzu werden die stochastischen Berechnungsverfahren vorgestellt und angewendet. Auf Grund der starken Nichtlinearität der Magnetwerkstoffe soll deren Einfluss betrachtet werden. Aufbauend auf den gewonnen Erkenntnissen sollen die Ergebnisse an einem komplexeren Beispiel überprüft und mit einer Musterfertigung verglichen werden. Mit Hilfe der durchgeführten Analysen soll eine geeignete Vorgehensweise entwickelt werden, um Toleranzen im Entwurfsprozess mit einzubeziehen und deren Einfluss unter Kostengesichtspunkten zu minimieren. Die fehlenden Grundlagen

und Verbindungen müssen hierzu gegebenenfalls noch erarbeitet bzw. ergänzt werden.

Zusammenfassend ergibt sich somit folgende Aufgabenstellung:

1. Klassifizierung und Einteilung auftretender Toleranzen bei elektromagnetischen Ventilen (Kapitel 2)
2. Bestimmung von Radialkräften in Folge von Lagetoleranzen (Kapitel 3)
3. Grundsätzliches Verhalten der Ausgangsgrößen von Gleichstrommagneten bei toleranzbehafteten Eingangsgrößen (Kapitel 4)
4. Einfluss von Toleranzen auf einen Beispielantrieb (Gegenüberstellung der Berechnungsmethoden) samt Peripherie und Vergleich mit einer Musterfertigung (Kapitel 5)
5. Erarbeiten einer geeigneten Vorgehensweise zur Berücksichtigung von Toleranzen im Entwurfsprozess und der Minimierung des Einflusses von Toleranzen unter Kostengesichtspunkten (Kapitel 6).

Es werden in den Kapiteln unterschiedliche Aktoren verwendet, daher im folgenden eine kurze Übersicht. In Kapitel 2 und Kapitel 3 steht ein Proportionalmagnet im Fokus. Kapitel 4 veranschaulicht den Einfluss von Toleranzen anhand eines Schaltmagneten und dem Ersatzmodell eines Permanentmagneten. Der in Kapitel 5 behandelte polarisierte Linearaktor nutzt das im vorangehenden Kapitel erarbeitete Ersatzmodell des Permanentmagneten, um dessen statistische Streuung nachzubilden. Die vorgestellte Vorgehensweise in Kapitel 6 behandelt einen Topfmagneten.

Kapitel 2

Elektromagnetische Ventile und deren Toleranzen

2.1 Grundstruktur eines elektromagnetischen Antriebs

Das Funktionsprinzip von elektromagnetischen Antrieben beruht auf einer zweistufigen Energiewandlung. Es finden Energieumwandlungen in unterschiedlichen physikalischen Domänen statt. Die Grundstruktur ist in Bild 2.1 dargestellt. Die elektrische Energie erzeugt über eine Spule ein Magnetfeld (elektromagnetische Wandlung), welches mit Hilfe eines Eisenkreises und eines Arbeitsluftspaltes, die mechanische Energie erzeugt (magnetomechanische Wandlung). Ein Teil der Energie wird in Verlustenergie umgewandelt und führt zu einer Erwärmung des Antriebs (thermische Verlustleistung der Spule, Ummagnetisierungsverluste, Reibung im Lager etc.). Elektromagnetische Antriebe sind elektromagnetomechanische Energiewandler.

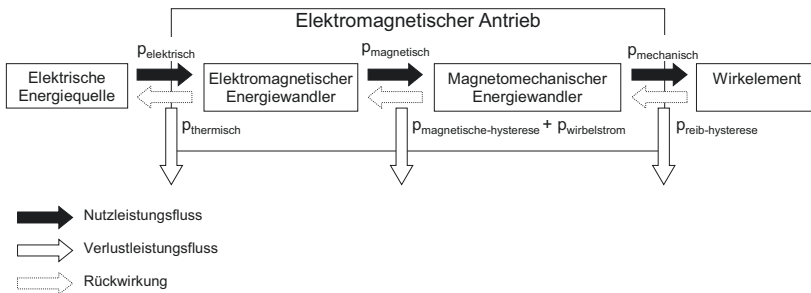


Bild 2.1: Elektromagnet als elektromagnetomechanischer Energiewandler (angelehnt an [1])

Die Grundlage für die mathematische Beschreibung der stattfindenden physikalischen Vorgänge in elektromagnetischen Antrieben bilden die Maxwell'schen Gleichungen [33]. Die Maxwell'schen Gleichungen bestehen aus den vier Grundgleichungen und den drei Materialgleichungen. Diese beschreiben die makroskopischen elektromagnetischen Eigenschaften des Mediums [34, 35, 36, 37].

Die Maxwell'schen Gleichungen können mit Hilfe numerischer Verfahren gelöst werden. Die bis heute etablierteste Berechnungsmethode im Bereich der elektromagnetischen Felder ist die FEM. Hierzu wird die zu berechnende Geometrie in viele kleine Bereiche zerlegt. Für diese Bereiche werden die Knotengleichungen unter Zuhilfenahme der vorgestellten Grundgleichungen aufgestellt und das Gleichungssystem gelöst. Bei nichtlinearem Materialverhalten muss das Gleichungssystem iterativ gelöst werden [1, 3].

Es sind kommerzielle FEM Programme auf dem Markt wie z. B. ANSYS Maxwell, MAGSOFT Flux, COMSOL AC/DC Module [38, 39, 40] und nicht kommerzielle wie z. B. FEMM [41]. Das kommerzielle Softwareprogramm Maxwell zeichnet sich durch eine sehr ausgereifte adaptive Vernetzung aus. Dadurch ist die Benutzung der Software für den Anwender sehr komfortabel.

Neben der Kraftberechnung durch Lösung der Feldgleichungen ist es möglich, die Kraft über die Integralgrößen des magnetischen Feldes zu berechnen.

2.2 Berechnung der Magnetkraft unter Verwendung der Integralgrößen

Die Integralgrößen des magnetischen Feldes werden durch Integration der magnetischen Feldgrößen erhalten. Sie sind von entscheidender Bedeutung für die Berechnung der Magnetkraft mit der Netzwerkmethod. Mit Hilfe der Analogie zwischen elektrischem und magnetischem Feld ist es möglich, einen statischen Magnetkreis mit Hilfe von magnetischen Widerständen und magnetischen Spannungsquellen zu modellieren. Anhand des Netzwerks wird ein Gleichungssystem aufgestellt, welches mit Hilfe bekannter mathematischer Verfahren (z. B. Newtonsches Iterationsverfahren) gelöst wird. Das Ergebnis sind sämtliche Zweigströme und magnetische Spannungsabfälle für das Netzwerk. Anhand dieser kann die magnetische Energie des Magnetkreises berechnet werden [37].

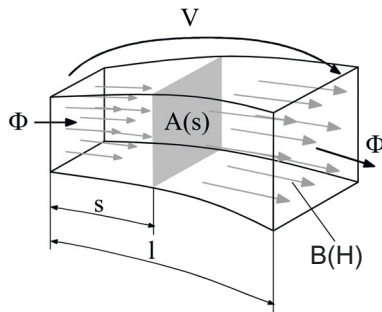


Bild 2.2: Schematische Darstellung einer magnetischen Flussröhre (überarbeitet [42])

Zu den Integralgrößen des magnetischen Feldes zählen der magnetische Fluss Φ , der verkettete magnetische Fluss Ψ , der magnetische Widerstand R_m und die Induktivität L [1]. Für die Berechnung eines magnetischen Kreises ist es zunächst notwendig, den Verlauf des magnetischen Flusses zu kennen. In Bild 2.2 ist eine magnetische Flussröhre dargestellt. Die wichtigsten Merkmale dieser sind die Querschnittsfläche $A(s)$, die Länge l und die magnetischen Eigenschaften des Materials ($B(H)$ -Kennlinie). Anhand von diesen kann ein magnetischer Widerstand abgeleitet werden.

Der magnetische Widerstand ist analog zu dem elektrischen Widerstand definiert. Es ist der Quotient aus dem magnetischen Spannungsabfall V und dem entsprechenden magnetischen Fluss Φ . Für die magnetische Flussröhre ist der magnetische Widerstand R_m unter der Annahme eines konstanten Querschnitts und Vakuum (homogener Luftspalt):

$$R_m = \frac{V}{\Phi} = \frac{1}{G_m} = \frac{l}{\mu_0 A}. \quad (2.1)$$

Dabei ist $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$ die Permeabilität des Vakuums. Ist ein ferromagnetisches Material vorhanden, so muss die entsprechende, meist nichtlineare $B(H)$ -Kennlinie in dem Widerstand berücksichtigt werden. Der magnetische Leitwert G_m ist der Kehrwert des magnetischen Widerstandes R_m .

Die Kraftberechnung für einen Gleichstrommagneten kann über die magnetische Co-Energie W_m^* erfolgen [1, 10, 37]:

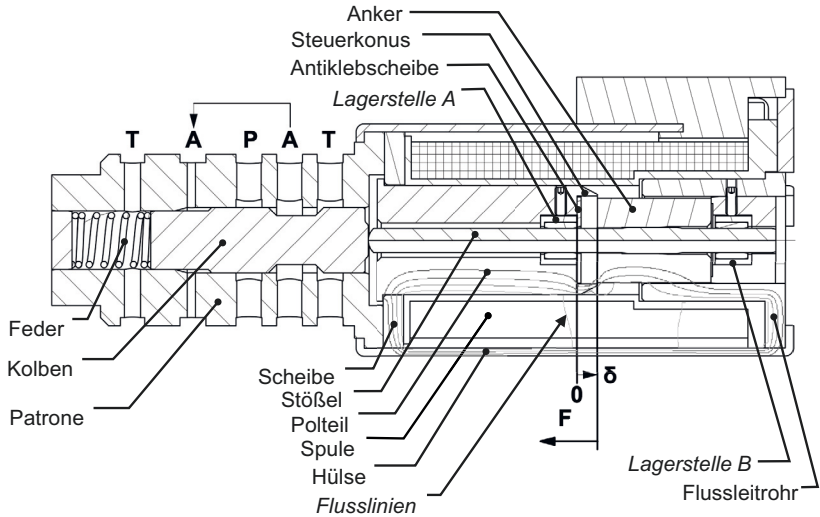


Bild 2.3: Schnittbild des untersuchten Proportionalmagneten [43]

Technische Daten: $R_{20} = 5,43 \, \Omega$, 786 Wdg.,

Restluftspalt = 0,5 mm,

Magnetkreismaterial Automatenstahl 11SMn30 ge­glüht.

$$W_m^* = \int_0^{I_0} \Psi(I, \delta) dI. \quad (2.2)$$

Der Arbeitsluftspalt δ ist nach Bild 2.3 definiert. Der Zusammenhang zwischen magnetischer Co-Energie W_m^* und der mechanischen Energie W_{mech} wird über die Änderung der magnetischen Co-Energie ΔW_m^* hergestellt. Der formale Zusammenhang lautet [1, 10, 37]:

$$W_{mech} = \Delta W_m^* = \int_{\delta_{min}}^{\delta_{max}} F d\delta. \quad (2.3)$$

$$\Delta W_m^* = \int_0^{I_0} (\Psi(I, \delta_{min}) - \Psi(I, \delta_{max})) dI. \quad (2.4)$$

Wird Gl. (2.3) nach dem Weg differenziert, ergibt sich die Magnetkraft zu [1, 37]:

$$F = -\frac{dW_m^*}{d\delta} = -\frac{d}{d\delta} \int_0^{I_0} \Psi(I, \delta) dI. \quad (2.5)$$

Die Magnetkraft F ist die Kraft, die in Folge der Änderung der Reluktanz (= magnetischer Widerstand) am Anker entsteht. Die Kraft wirkt dabei in die Richtung, die zu einer Vergrößerung der magnetischen Co-Energie führt (vgl. Bild 2.3). Um diesen Sachverhalt anschaulicher darzustellen, ist in Bild 2.4 für einen Proportionalmagneten das $\Psi(I, \delta)$ -Kennlinienfeld und das entsprechende Kraft-Hub-Kennlinienfeld abgebildet. Die Änderung der magnetischen Co-Energie ΔW_m^* stimmt mit der Änderung der mechanischen Energie überein, welche über eine Verschiebung des Ankers erfolgt. Die schraffierten Bereiche haben den gleichen Flächeninhalt (vgl. Gl. (2.3)-(2.4)).

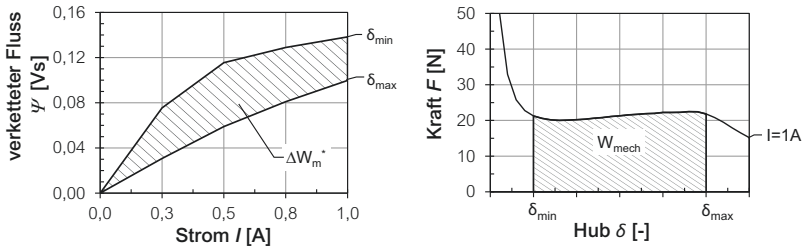


Bild 2.4: Darstellung der magnetischen/mechanischen Energie im $\Psi(I, \delta)$ -Kennlinienfeld und Magnetkraft-Hub-Kennlinie für einen Proportionalmagneten

Somit kann mit Hilfe des $\Psi(I, \delta)$ -Kennlinienfeldes die Magnetarbeit bzw. die Magnetkraft durch Differentiation berechnet werden.

Bei Vernachlässigung der Nichtlinearität der ferromagnetischen Anteile in einem einmaschigen Magnetkreis kann unter Berücksichtigung einer linearen Beziehung zwischen Strom und verketteten Fluss $\Psi = L(\delta) \cdot I = w \cdot \Phi$ geschrieben werden. Eingesetzt in Gl. (2.5) kann weiter vereinfacht werden:

$$F = -\frac{I^2}{2} \frac{dL(\delta)}{d\delta} = -\frac{\Theta^2}{2} \frac{dG_m(\delta)}{d\delta}. \quad (2.6)$$

Hierbei ist $\frac{dG_m(\delta)}{d\delta}$ die Änderung des magnetischen Leitwertes in Abhängigkeit von dem Arbeitsluftspalt und $\Theta = w \cdot I$ die magnetische Durchflutung, die über das Durchflutungsgesetz hergeleitet wird.

Für einen homogenen Luftspalt kann Gl. (2.6) differenziert werden:

$$F = \frac{\Theta^2}{2} \frac{\mu_0 A}{\delta^2}. \quad (2.7)$$

Gl. (2.7) kann durch Umformung in die Maxwellsche Zugkraftformel überführt werden:

$$F = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 A} = \frac{B^2 A}{2\mu_0}. \quad (2.8)$$

Die oben beschriebenen Grundgleichungen bilden die Basis für die Berechnung mit der Netzwerkmethod. Mit Hilfe dieser ist es möglich, effizient eine Grobdimensionierung durchzuführen. Bei Magnetanwendungen, bei denen mit starken Sättigungen (z. B. Steuerkonus bei Proportionalmagneten) und Streuflüssen (z. B. Streufluss eines Permanentmagneten in einem polarisierten Antrieb) zu rechnen ist, sollten parallel begleitende FEM Berechnungen durchgeführt werden. Mit diesen kann das Netzwerkmodell effizient abgeleitet werden.

Für Magnetaktoren mit starker Sättigung ist in [17] ein interessanter Ansatz enthalten, der es ermöglicht, Proportionalmagnete inklusive deren Steuerkonus mit der Netzwerkmethod hinreichend genau abzubilden.

In [44] beträgt die maximale Abweichung einer Optimierung, hinsichtlich einer minimalen Schaltzeit, zwischen der Feindimensionierung mit FEM und der Grobdimensionierung mit der Netzwerkmethod 20 %.

Die Rechenzeit, die mit der Netzwerkmethod erreicht werden kann, ist im Vergleich zu FEM Berechnungen um einige Größenordnungen kleiner. Hinsichtlich der Anzahl an Berechnungen pro Zeiteinheit ist die Netzwerkmethod nicht zu überbieten. Eine gute Erfahrung des Ingenieurs, der die Berechnung durchführt, vorausgesetzt, sind gute Ergebnisse mit vertretbarem Aufwand erreichbar. Ein Programmsystem, welches die Netzwerkmethod zur Berechnung von Magnetaktoren benutzt, ist SESAM [13].

2.3 Toleranzen

Ein elektromagnetisches Ventil besteht aus mehreren Einzelteilen und Baugruppen, welche mit unterschiedlichen Prozessen hergestellt werden.

Diese wären bei der Herstellung von Einzelkomponenten z.B. Drehen, Fräsen, Schleifen, Bohren, Sintern oder Kaltfließpressen. Bei Baugruppen wären es bei einem Fügevorgang z.B. Löten, Schweißen, Einpressen oder Bördeln.

Ein Prozess ist im Allgemeinen ein Vorgang, Arbeitsverlauf, Ablauf, Verfahren oder eine Entwicklung [45]. Im Bereich der Technik ist mit Prozess vor allem ein Ablauf zur Erstellung eines Produktes gemeint [46, 47]. Die Prozessparameter sind die Kenngrößen, Steuergrößen bzw. Einflussfaktoren dieses Prozesses. Während des Prozesses können zusätzlich Störgrößen auf das System einwirken. Prozessparameter sind demnach alle an einem Prozess beteiligten Parameter [48]. So sind z. B. bei der Stahlherstellung die chemische Zusammensetzung und die Kennwerte des thermomechanischen Verfahrens die wichtigsten Prozessparameter [49]. Bei einem Drehprozess sind es z. B. Schnittgeschwindigkeit, Vorschub und Spanwinkel. Die Fertigung eines Einzelteils oder einer Baugruppe ist somit eine Abfolge von verschiedenen ineinander verschachtelten und hintereinander geschalteten Einzelprozessen. Jeder Prozess hat seine spezifischen Prozessparameter, die sich in den Eigenschaften des Produkts bemerkbar machen. Die Prozessparameter, die Eingangsparameter und die Störgrößen führen am Produkt zu Abweichungen in dessen Merkmalen, den Toleranzen.

Bei der Fertigung eines Bauteils treten stochastische Einflüsse auf. Diese werden vom Material, von der Maschine, dem Milieu oder dem Menschen beeinflusst. Darüber hinaus sind Wechselwirkungen untereinander möglich. Im Folgenden, sind einige Einflussfaktoren, die bei der Fertigung auftreten können, aufgelistet [50, 51]:

- Lagerspiel, Verschleiß;
- Werkzeug, Werkzeugsystem, Einspannung, Schnittparameter;
- Schwingungen;
- Drehzahlschwankungen bei der spanenden Bearbeitung;
- Eigenspannungen/Inhomogenitäten im Material;
- Erwärmung der Maschine oder des Bauteils.

Die Toleranzen müssen sorgfältig gewählt werden. Diese sollten nur so genau wie nötig und so groß wie möglich sein. Die Festlegung von Toleranzen hat einen direkten Einfluss auf die Wirtschaftlichkeit, die Qualität, die Zuverlässigkeit und die Erwartung des Kunden an das Produkt. Die Hauptgründe für Toleranzen und eine Tolerierung sind die daraus resultierenden Vorteile auf Grund der Austauschbarkeit von

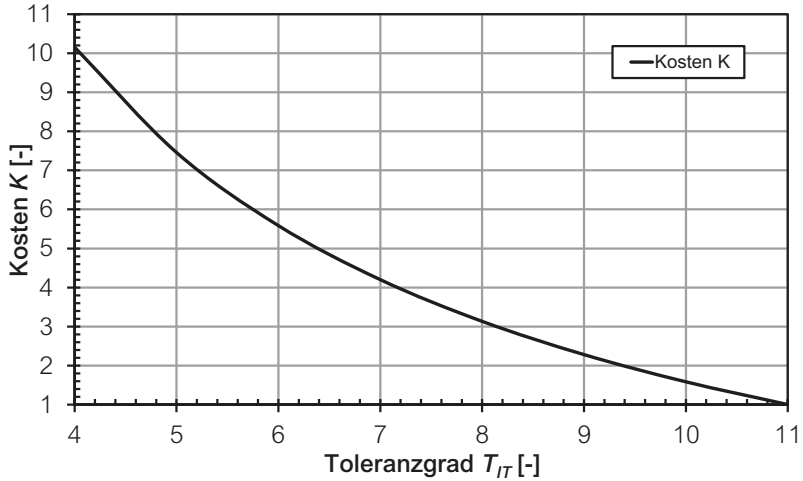


Bild 2.5: Qualitativer Verlauf der Kosten-Toleranz-Beziehung

Teilen oder Baugruppen, wie eine serienmäßige Herstellung von Bauteilen, eine Aufsplittung von Fertigungsabläufen und die Gewährleistung einer konstanten Fertigungsqualität [50].

In [52] werden die Kosten für eine Bohrung hinsichtlich unterschiedlicher Kosten-Toleranz-Modelle untersucht. Die der Untersuchung zu Grunde gelegten Veröffentlichungen nennen die gewählten Randbedingungen für die Kosten-Toleranz-Betrachtung nicht ausreichend. Daher ist die Streuung der Ergebnisse sehr groß. Es kann somit kein allgemeingültiges Kosten-Toleranz-Modell aufgestellt werden. Vielmehr ist davon auszugehen, dass der Zusammenhang zwischen Kosten und Toleranz mit einer Kostenhyperbel beschrieben werden kann. Dieser Zusammenhang ist in zahlreichen Veröffentlichungen mit unterschiedlichsten Ansätzen dargestellt [53, 54, 55, 56, 57, 58, 59]. Ein einfacher geeigneter Ansatz ist in Anlehnung an [60]:

$$K = \frac{j_0}{T_{IT}^{j_1}} + j_2. \quad (2.9)$$

Hierbei sind $j_0 \dots j_2$ die Regressionsfaktoren, T_{IT} die Toleranz bzw. der Toleranzgrad und K die notwendigen Kosten für die Herstellung der

Toleranz. Der qualitative Verlauf dieser Funktion ist in Bild 2.5 zu sehen. Für den Toleranzgrad $T_{IT} = 11$ sind die Kosten für die Fertigung der Toleranz auf $K = 1$ gesetzt. Bei einer Erhöhung der Genauigkeit von annähernd zwei Toleranzgraden, kommt es im Beispiel zu einer Verdopplung der Kosten.

Eine weitere wichtige Rolle bei der Betrachtung und Auswahl von Toleranzen spielen die Wertigkeit und etwaige Kostensprünge in der Kosten-Toleranz-Beziehung, die bei einer Änderung des Fertigungsverfahrens auftreten [51, 59]. Der Konstrukteur hat somit bei der Auswahl von Toleranzen eine wichtige Stellung inne. Zum einen muss das Produkt die Anforderungen und die Funktion erfüllen, zum anderen muss die Wirtschaftlichkeit des Produktes sichergestellt sein.

2.3.1 Einteilung der Toleranzen

Die Einteilung von Toleranzen bei elektromagnetischen Antrieben muss ein wenig ausführlicher betrachtet werden. Anhand eines magnetischen Ersatzwiderstandes (vgl. Bild 2.2) können die Toleranzen des Einzelteils und der Baugruppe abgeleitet werden. Zu den Hauptparametern eines einzelnen magnetischen Widerstands zählen die geometrischen Parameter, somit die magnetische Querschnittsfläche A , die Länge l des Widerstandselements und die magnetischen Eigenschaften beschrieben durch die $B(H)$ -Kennlinie. Die geometrischen Eigenschaften können mit Hilfe der Maß- und Gestalttoleranzen beschrieben werden. Die Toleranz-Einteilung nach [61] enthält nahezu alle notwendigen Toleranzen. Sowohl die Eigenschaften des Materials (stoffliche Eigenschaften) als auch die Maß-, Form- und Lagetoleranzen sind bereits berücksichtigt (Bild 2.6).

Die Gruppe der Welligkeits- und Rauheitstoleranzen (= Oberflächentoleranzen) sind um eine Größenordnung kleiner als die übrigen Toleranzarten. Sie werden daher in allen nachfolgenden Betrachtungen vernachlässigt. Für Einzelteile sind die Gruppe der Maßtoleranzen und die stofflichen Eigenschaften am wichtigsten.

Die Form- und Profilformtoleranzen können von Bedeutung sein. In den meisten Anwendungsfällen sind sie gegenüber den Maßtoleranzen unbedeutend. Dies ist vom Konstrukteur zu prüfen und falls erforderlich zu berücksichtigen.

Die Lagetoleranzen sind vor allem für Baugruppen maßgebend. So kann z. B. bei einem Proportionalmagneten in Folge einer Abweichung der

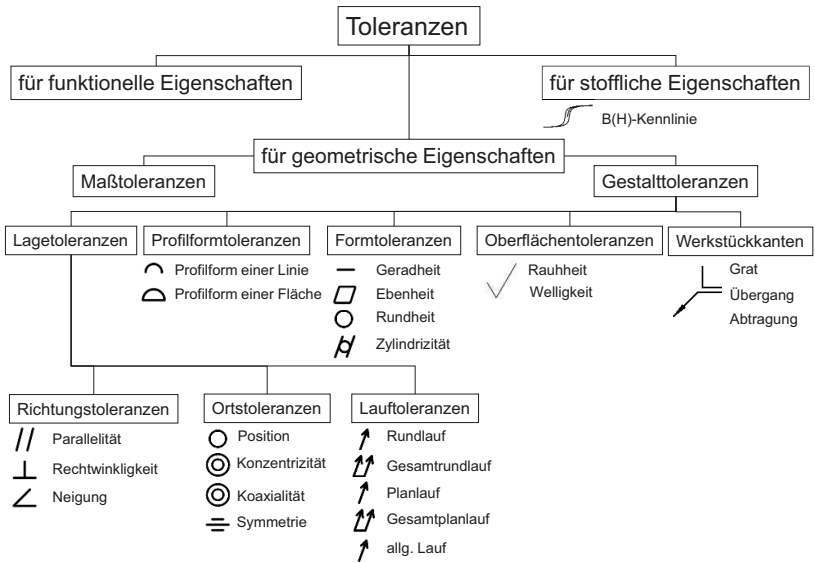


Bild 2.6: Einteilung der Toleranzen (angelehnt an [61])

Koaxialitätstoleranz des Ankers zum Flussleitrohr (Bild 2.3) eine zu große Radialkraft auftreten (Kapitel 3).

Die Gruppe der Werkstückkanten mit unbestimmter Form nach DIN ISO 13715 [62] ist der Definition nach [61] hinzuzufügen. In den meisten Anwendungen ist kein Einfluss zu erwarten. Allerdings muss wie z. B. im Steuerkegelnbereich bei einem Proportionalmagneten von einer Beeinträchtigung ausgegangen werden. In Bild 2.7 ist die Kraft-Hub-Kennlinie des Proportionalmagneten nach Bild 2.3 in Abhängigkeit der Kantenabtragung an Anker und Polteil gezeigt.

Bei einer kleinen Abtragung der Kanten von $a < 0,1 \text{ mm}$ ist kein großer Einfluss zu erkennen. Bei einer Abtragung von $a \geq 0,2 \text{ mm}$ zeigt sich ein stärkerer Einfluss. Für den Hub $\delta = 2 \text{ mm}$ ergibt sich eine Anzugskraftreduzierung von ca. 1,5 N. Das Kraftniveau im mittleren Hubbereich ($0,4 \text{ mm} \leq \delta \leq 1,6 \text{ mm}$) steigt mit zunehmender Abtragung an, was auf die Konstanz der mechanischen Arbeit zurückzuführen ist. Die Abtragung der Kante wirkt wie eine Verkürzung des Steuerkegels [1]. In umgekehrter Weise kann über eine Abtragung der Kante eine bewusste Kennlinienbeeinflussung der Kraft-Hub-Kennlinie erfolgen.

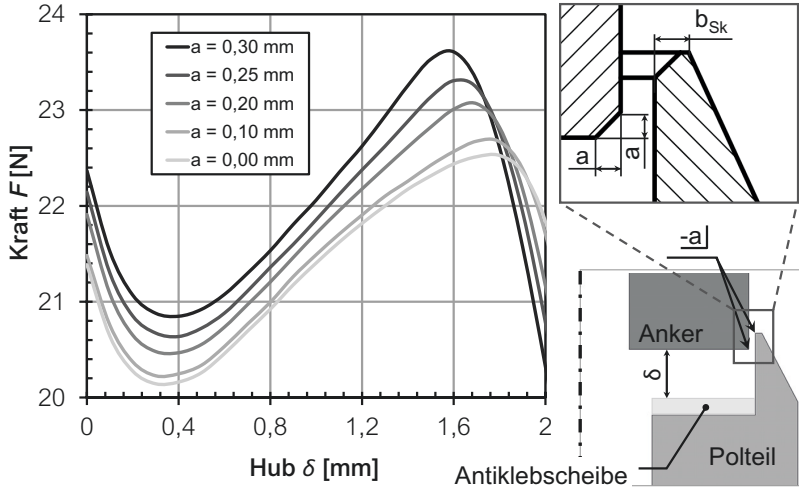


Bild 2.7: Einfluss der Abtragung auf die Kraft-Hub-Kennlinie des Proportionalmagneten im Bereich des Steuerkonus (2D FEM Berechnung; δ nach Bild 2.3)

Zur Beurteilung der Beeinflussung wurde das Verhältnis Q_{ab} aus Abtragung der Kante a und Konusbreite b_{Sk} definiert:

$$Q_{ab} = \frac{a}{b_{Sk}}. \quad (2.10)$$

Aus Bild 2.7 kann abgeleitet werden, dass über einem Verhältnis $Q_{ab} > 0,3$ es empfehlenswert ist Kantenzustände nicht zu vernachlässigen. Der Einfluss von Kantenzuständen ist in speziellen Anwendungsfällen zu berücksichtigen, vor allem in Bereichen, in denen durch gezielte Sättigung eine Kennlinienbeeinflussung erzeugt wird. Hier haben bereits kleinste Abweichungen eine große Wirkung.

2.3.2 Eigenschaften magnetischer Werkstoffe

Die magnetischen Werkstoffe sind in drei Klassen eingeteilt. Die Unterscheidung erfolgt über die Koerzitivfeldstärke H_C [63]:

- weichmagnetische Werkstoffe: $H_C < 1000 \text{ A/m}$,
- magnetische halbharte Werkstoffe: $1000 \text{ A/m} < H_C < 30000 \text{ A/m}$,

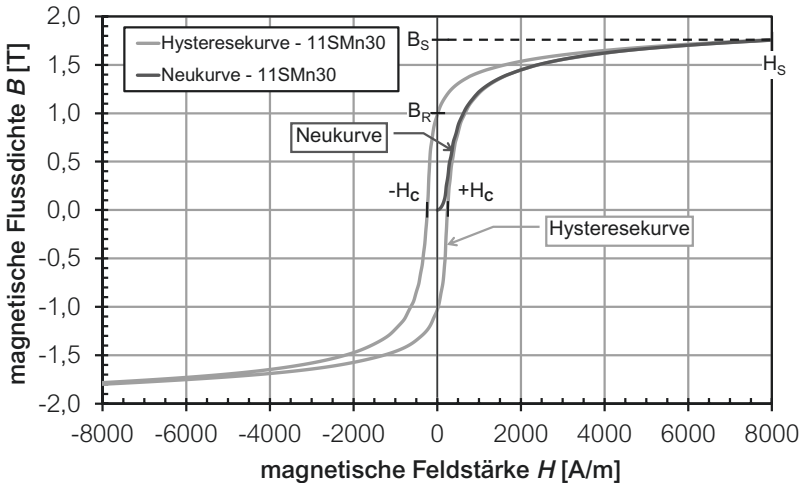


Bild 2.8: Typische Hysteresekurve eines ferromagnetischen Materials ($B_R = 1 \text{ T}$; $H_C = 240 \text{ A/m}$)

- hartmagnetische Werkstoffe: $30000 \text{ A/m} < H_C$.

Im Folgenden wird nur auf die weich- und hartmagnetischen Werkstoffe detaillierter eingegangen.

Magnetisierungskurve von weichmagnetischen Werkstoffen

Um auf die Magnetisierungshysterese, insbesondere bei weichmagnetischen Werkstoffen, einzugehen und deren Einflussparameter kurz aufzuzeigen, ist in Bild 2.8 die Hysteresekurve eines weichmagnetischen Werkstoffes abgebildet.

Werden ferromagnetische Materialien auf- und entmagnetisiert, so ergibt sich je nach Material ein unterschiedlicher Magnetisierungsverlauf. Eine qualitative Aussage über die Magnetisierungskurve von ferromagnetischen Stoffen für den stationären Fall kann über die Sättigungsflussdichte B_S , die Remanenzflussdichte B_R und die Koerzitivfeldstärke H_C gemacht werden.

Die von der Magnetisierungskurve eingeschlossene Fläche entspricht dem spezifischen Ummagnetisierungsverlust w_{Fe} [63]:

$$w_{Fe} = \oint H dB. \quad (2.11)$$

Beim Einsatz von weichmagnetischen Werkstoffen sollte der spezifische Ummagnetisierungsverlust minimal sein. Somit sind kleine Werte für H_C anzustreben. Im Bereich der Gleichstrommagnete werden aus Kostengründen und fertigungstechnischen Aspekten folgende Werkstoffe vorrangig verwendet:

- Automatenstahl 11SMn30 - 1.0715 (geringe Kosten, gutes Zerspanungsverhalten, gute magnetische Eigenschaften),
- Einsatzstahl C15 - 1.0401 (schweißbar, höhere Koerzitivfeldstärke als Automatenstahl),
- Sinterstahl SintD00 (geringe Koerzitivfeldstärke durch Sinterprozess, höhere Geometriefreiheit),
- Ferritischer Edelstahl X2CrNi12 - 1.4003 (schweißbar, gutes Zerspanungsverhalten, gute magnetische Eigenschaften).

Die Magnetisierungshysterese ist abhängig von der chemischen Zusammensetzung und dessen Textur [63]. In analoger Weise können durch gezielte Beeinflussung der Textur die weichmagnetischen Eigenschaften verändert werden. In Bild 2.9 ist der Einfluss eines Laserschweißvorgangs auf die Magnetisierungskurve des Werkstoffes 1.0401 (C15+C) dargestellt. Die Flussdichte B_{4000} bei $H = 4000 \text{ A/m}$ wird durch den Schweißprozess um 14 % verringert.

Die ablaufenden Prozesse im Bereich der Schweißnaht sind hoch komplex. Die grundsätzlichen Zusammenhänge zur Beeinflussbarkeit von weichmagnetischen Kenngrößen sind bekannt [64]. Speziell für den verwendeten Einsatzstahl sind weitere Veröffentlichungen vorhanden, welche die Auswirkung der chemischen Zusammensetzung und dem Zustand des Gefüges (Wärmebehandlung, Verformung) auf die magnetischen Eigenschaften behandeln [65, 66, 67, 68] .

Für den hiesigen Fall des Schweißens sind mehrere Effekte gleichzeitig beteiligt. Die rasch eingebrachte Wärmeenergie in das Werkstück und der anschließende Abkühlprozess führen zu einer Umwandlung des vorhandenen Gefüges und zu mechanischen Spannungen [68]. Des Weiteren ereignen sich Diffusionsvorgänge im Bereich der Schweißnaht.

Die stattfindenden Vorgänge beeinflussen das Magnetisierungsverhalten negativ.

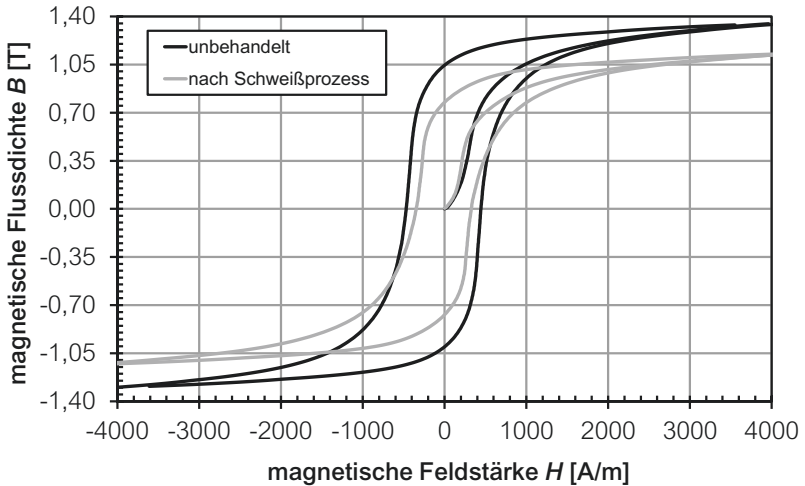


Bild 2.9: $B(H)$ -Kennlinien des Werkstoffes 1.0401 (C15+C) im unbehandelten Zustand (gezogen) und nach dem Schweißprozess gemessen an Ringkernproben mit MagHyst®[69]

Das aufgeführte Beispiel soll die Bedeutung von Prozessschritten und deren Einfluss auf das Verhalten von elektromagnetischen Ventilen verdeutlichen. Die Veränderung der Magnetisierungskurve kann bei einem Gleichstrommagneten zu einer Verschlechterung der magnetischen Eigenschaften führen. Dies kann eine Herabsetzung der notwendigen Haltekraft bzw. Veränderung der Kraft-Hub-Kennlinie nach sich ziehen. Ist die Schweißnaht z. B. im Bereich des Arbeitsluftspaltes eines Schaltmagneten, so kann eine Überschlagsrechnung mit Gl. (2.8) erfolgen. Für eine Betrachtung bei B_{4000} ergibt sich eine Reduktion der Haltekraft von 30 %. Ist eine Schweißnaht zu nah im Bereich des Steuerkonus eines Proportionalmagneten, kann dessen Magnetkraft-Hub-Kennlinie in Folge der Änderung der magnetischen Eigenschaften durch den Schweißvorgang stark differieren [28].

Die hohe thermische Beanspruchung des Werkstoffes war der Hauptgrund für die Verschlechterung der magnetischen Eigenschaften. In dem

gezeigten Beispiel konnte durch gezielte Maßnahmen im Schweißprozess (Schweißparameter, Kühlung) die negative Veränderung der Magnetisierungskurve drastisch reduziert werden [70].

Zur Verbesserung der weichmagnetischen Eigenschaften kann das verwendete Material weichgeglüht werden. Die mittlere Korngröße verändert sich, hierdurch kommt es zu einer Verringerung der Koerzitivfeldstärke und einer Erhöhung der Sättigungsflussdichte [68, 71]. Umformvorgänge an bereits weichgeglühten Teilen führen zu einer Reduzierung der mittleren Korngröße in Abhängigkeit vom Umformgrad [49, 64]. Die Koerzitivfeldstärke nimmt somit wieder zu. Sämtliche Abläufe, die sich auf die Textur des Materials auswirken, haben einen direkten Einfluss auf die magnetischen Eigenschaften. Im Bereich der zerstörungsfreien Prüfverfahren wird dieser Zusammenhang genutzt, beispielsweise kann über die Koerzitivfeldstärke auf die Härte geschlossen werden [72].

Die chemische Zusammensetzung und die magnetischen Eigenschaften sind ebenfalls eng miteinander verknüpft. Dieser Zusammenhang soll beispielhaft für den Stahl 1.0401 (C15) gezeigt werden. Für diesen Stahl ist nach DIN EN 10277-2 ein Kohlenstoffgehalt von 0,12 - 0,18 % zulässig [73]. Um den Einfluss der chemischen Zusammensetzung aufzuzeigen, wurde basierend auf den in [74] veröffentlichten Daten eine Analyse der Modellparameter durchgeführt (Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1: Modellparameter für das Jiles-Atherton-Modell bei unterschiedlichem Kohlenstoffgehalt des Stahls [74];
Gew.-% C = Gewichtsanteil des Kohlenstoffs

Parameter	0,2 Gew.-%C	0,4 Gew.-%C	0,6 Gew.-%C
$M_s \times 10^6 [\text{A/m}]$	1,6	1,6	1,6
$a [\text{A/m}]$	1085	1010	972
$k [\text{A/m}]$	320	455	672
$\alpha \times 10^{-3} [-]$	2	1,8	1,4
$c [-]$	0,3	0,21	0,14

In der Veröffentlichung wurden die Jiles-Atherton-Modell-Parameter für Stähle mit unterschiedlichem Kohlenstoffgehalt untersucht. Das Jiles-Atherton-Modell ist ein physikalisches Modell zur Beschreibung

des Ferromagnetismus. Es gibt hierbei zwei Varianten, das normale Jiles-Atherton-Modell mit der funktionalen Beziehung $B(H)$ und das Inverse mit der Beziehung $H(B)$. Das Inverse-Modell ist vor allem für die FEM entwickelt worden, um Hystereseerscheinungen in magnetischen Anwendungen simulieren zu können [75].

Die mathematische Formulierung des Modells lautet [74]:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \cdot (M_{anh} - M_{irr})}{\Gamma \cdot k - \alpha \cdot (M_{anh} - M_{irr})} + c \cdot \frac{dM_{anh}}{dM_{irr}}, \quad (2.12)$$

$$M_{anh} = M_S \cdot \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right), \quad (2.13)$$

$$B = \mu_0 \cdot (H + M), \quad (2.14)$$

$$\Gamma = \operatorname{sgn}\left(\frac{dH}{dt}\right). \quad (2.15)$$

Wenn die magnetische Feldstärke H gegen null tendiert, ist es numerisch sinnvoll, die Gl. (2.13) durch eine Taylorreihe, die nach dem ersten Glied abgebrochen wird, zu approximieren [76, 77]:

$$M_{anh} = \frac{M_S \cdot (H + \alpha M)}{3 \cdot a}. \quad (2.16)$$

Die Magnetisierung ist zusammengesetzt aus der irreversiblen und der anhysteretischen Magnetisierung. Bei der Lösung der Gl. (2.12) muss außerdem auf den jeweiligen Betrag der anhysteretischen und der irreversiblen Magnetisierung geachtet werden [74, 78]. Je nach aktuellem Zustand gilt für den irreversiblen Anteil:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = 0. \quad (2.17)$$

Für Kohlenstoffgehalte $Gew. - \%C \leq 0,6\%$ kann eine gute lineare Approximation für a , k , α und c hergestellt werden. Die Jiles-Atherton-Modell Parameter in Abhängigkeit des Kohlenstoffgehaltes und deren lineare Regression sind in Bild 2.10 zu sehen.

Die Sättigungsmagnetisierung wurde in Anlehnung an [68] ermittelt. Die extra- und interpolierten Werte sind in Tabelle 2.2 aufgelistet.

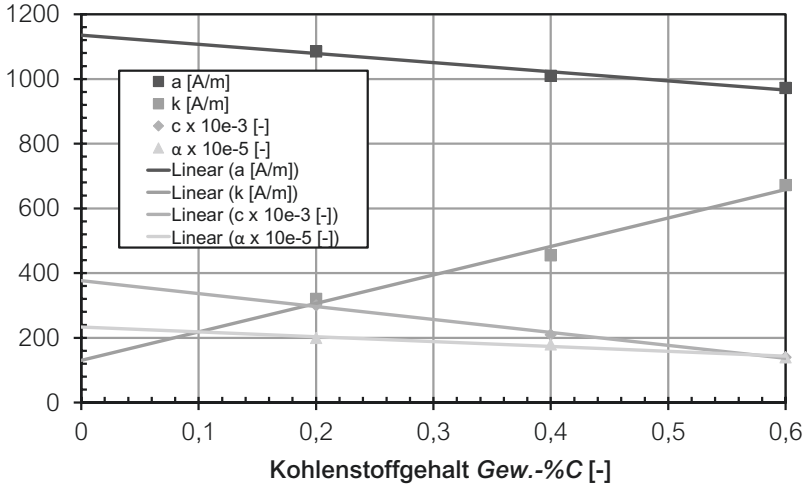


Bild 2.10: Jiles-Atherton-Modell Parameter mit linearer Regressionsgerade

Tabelle 2.2: Jiles-Atherton-Modell Parameter für verschiedene Kohlenstoffgehalte

Parameter	0,12 Gew.-%C	0,15 Gew.-%C	0,18 Gew.-%C
$M_s \times 10^6 [\text{A/m}]$	1,62	1,6	1,58
$a [\text{A/m}]$	1125,4	1109,5	1094,5
$k [\text{A/m}]$	311	299	298
$\alpha \times 10^{-3} [-]$	2,024	2,019	2,009
$c [-]$	0,3416	0,3256	0,3101

In Bild 2.11 sind die $B(H)$ -Kennlinien für den jeweiligen Kohlenstoffgehalt dargestellt. Mit diesem Ansatz ist es möglich, das Material und dessen Schwankungen in die Simulation mit einzubeziehen. Auf Basis des Jiles-Atherton-Modells ist es möglich, weitere weichmagnetische Eigenschaften mit einzubeziehen, wie z.B. die Streuung der Koerzitivfeldstärke bei der Fertigung von Blechen [79], Auswirkungen von

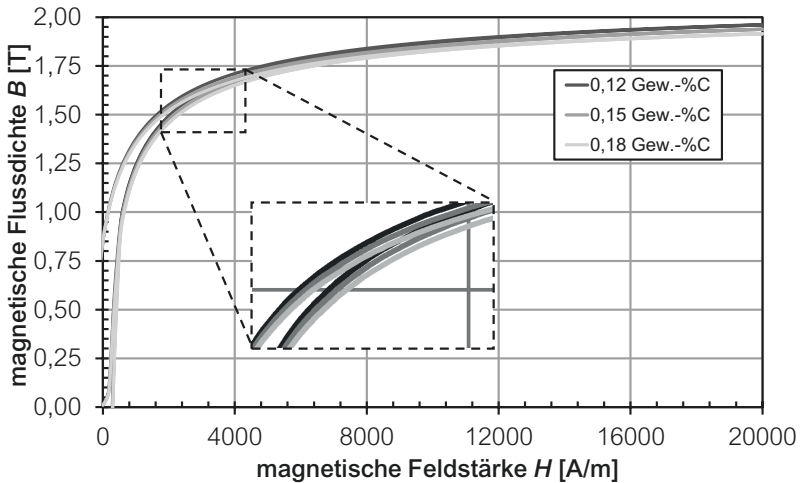


Bild 2.11: $B(H)$ -Kennlinien von geglühtem Stahl bei unterschiedlichen Kohlenstoffgehalten

Glühparametern, die chemische Zusammensetzung des Stahls oder der Einfluss des Umformgrades. Es können mehrdimensionale Probleme sukzessiv in eine Datenbank eingearbeitet werden. Mit Hilfe des Jiles-Atherton-Modells können bereits in der Entwurfsphase bei entsprechender Parametervorbereitung vielschichtige Fragestellungen untersucht werden. Für die entsprechende Parametervorbereitung müssen weitere Untersuchungen und Aufwendungen im Vorfeld unternommen werden. Das Jiles-Atherton-Modell wird im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter verwendet, weil dies in der verwendeten Version des Programmsystem SESAM noch nicht implementiert war [13, 80].

Magnetisierungskurve von hartmagnetischen Werkstoffen

Eine hohe Koerzitivfeldstärke H_{cB} und hohe Remanenzflussdichte B_R sind kennzeichnend für hartmagnetische Werkstoffe. Auf Grund der hohen Werte bildet sich nach dem Aufmagnetisierungsprozess ein permanentes Magnetfeld aus, welches ohne zusätzliche Energie weiter besteht. Für hartmagnetische Werkstoffe wird daher die Benennung als Permanent- oder Dauermagnet verwendet.

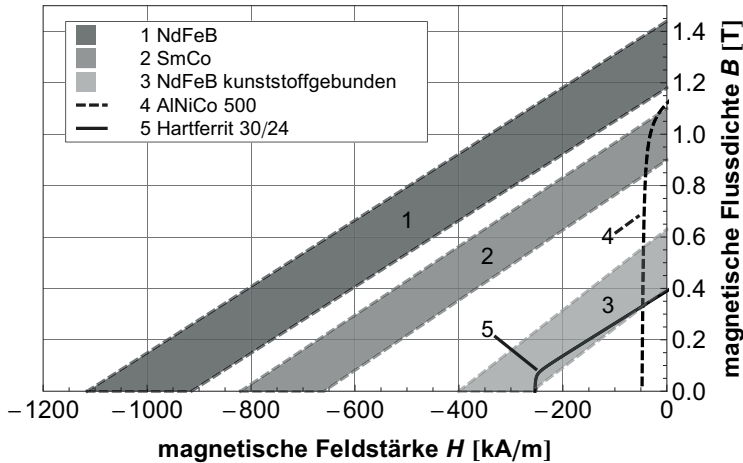


Bild 2.12: Entmagnetisierungskennlinien von Dauermagnetwerkstoffen [81, 82]

Die technisch relevanten hartmagnetischen Werkstoffe sind die AlNiCo-Magnete, die Hartferritmagnete und die Selten-Erd-Magnete. Die Selten-Erd-Magnete sind unterteilbar in Magnete basierend auf der Legierung Neodym-Eisen-Bor (NdFeB) und Samarium-Kobalt (SmCo). Die Elemente Neodym und Samarium gehören zu den Metallen der Seltenen Erden, welche für die Namensgebung verantwortlich ist.

In Bild 2.12 sind einige Entmagnetisierungskennlinien der unterschiedlichen Werkstoffe dargestellt. Die Selten-Erd-Magnete werden unter einer definierten Atmosphäre aus einem feinen Legierungspulver gepresst und gesintert [83, 84]. Es besteht die Möglichkeit, Selten-Erd-Magnetpulver in Kunststoff einzubetten. Hieraus ergeben sich einige Vorteile wie eine höhere erreichbare Fertigungsgenauigkeit, höhere Robustheit gegenüber mechanischen Belastungen und variablere Formgebung. Sie erlauben damit eine wirtschaftliche Fertigung komplexer Geometrien bei hohen Stückzahlen. Nachteilig ist die Herabsetzung der magnetischen Eigenschaften [85].

Die Auswahl des Dauermagnetwerkstoffs erfolgt je nach Anwendungsfall. Neben der Remanenzflussdichte B_R und der Koerzitivfeldstärke

H_{cB} sind die maximale Energiedichte $(BH)_{max}$, der Temperaturkoeffizient T_K und die maximale Einsatztemperatur T_{mEt} die wichtigsten Merkmale. Eine Übersicht ist in Tabelle 2.3 enthalten.

Tabelle 2.3: Eigenschaften von Dauermagnetwerkstoffen [81, 82, 86]

Werkstoff	B_R [T]	H_{cB} [kA/m]	$(BH)_{max}$ [kJ/m ³]	T_K für B_R / H_{cB} [%/K]	T_{mEt} [°C]
AlNiCo	0,8...1,3	40...150	10...60	-0,02/-0,02	500
Hartferrit	0,2...0,44	120...260	6...40	-0,2/+0,4	250
SmCo	0,8...1,2	400...900	140...320	-0,04/-0,2	350
NdFeB	0,6...1,5	700...1100	100...410	-0,12/-0,6	230

Die AlNiCo-Magnete unterscheiden sich durch ihre hervorragende Temperaturstabilität von den anderen Dauermagnetwerkstoffen. Hingegen ist die Energiedichte im Vergleich zu den Selten-Erd-Magneten geringer. Die Parameter B_R und H_{cB} sinken bei den Selten-Erd-Magneten mit zunehmender Temperatur. Eine Besonderheit sind die Hartferrite. Mit steigender Temperatur nimmt H_{cB} zu.

Bei höheren Temperaturen muss bei allen Dauermagnetwerkstoffen auf eine Verschiebung des Arbeitspunktes geachtet werden. Dies kann zu irreversiblen Verlusten an dem Magnetsystem führen. Je nach Umweltbedingungen ist zu prüfen, ob besondere Anforderungen an die Korrosionsbeständigkeit zu stellen sind. Die Korrosion führt zu einer Reduzierung der magnetischen Eigenschaften (B_R , H_{cB}). Bei den NdFeB-Magneten führt das enthaltene Eisen zu einer hohen Korrosionsanfälligkeit. Dies kann durch eine geeignete Beschichtung z. B. Nickelüberzug gehemmt werden. Bei unbeschichteten NdFeB-Magneten kann der Handschweiß bei einer manuellen Montage ausreichend sein, um diese merklich zu korrodieren. Die SmCo-Magneten benötigen keinen Korrosionsschutz unter Standardbedingungen [83, 85].

Die Dauermagnetwerkstoffe unterliegen einer Alterung, wodurch sich die magnetischen Eigenschaften ändern, Temperatur und Korrosion verstärken den Effekt. Es ist möglich, die Magneten künstlich altern zu lassen, um eine zeitabhängige Veränderung im Betrieb zu minimieren [1].

Der Herstellungsprozess der unterschiedlichen Dauermagnetwerkstoffe ist recht komplex. Es sind viele unterschiedliche Prozessschritte für die Herstellung notwendig [83, 84, 85]. Eine Übersicht der Herstellungsschritte und der Kontrollen zur Qualitätssicherung sind in [83] zu finden. Für hartmagnetische Werkstoffe sind in DIN IEC 60404-8-1 zulässige Maßabweichungen und Mindestwerte für die magnetischen Eigenschaften B_R , H_{cB} und $(BH)_{max}$ festgelegt [87]. Bei Magnetherstellern ist es üblich, zu den Mindestwerten zusätzlich typische Werte der magnetischen Eigenschaften anzugeben [82, 88]. Für abweichende Anforderungen sollte sich an der oben genannten Norm angelehnt werden. In manchen Einsatzfällen kann es für die Spezifikation eines Magneten notwendig sein, für Grenzmuster zu den magnetischen Eigenschaften, die geometrischen Abmessungen, mit einzubeziehen [83].

Die Anforderungen an die Qualität sind auf Grund des Einzuges und der Verbreitung der Dauermagnettechnik im Automobilbereich gestiegen. Zu den neuen Anforderungen zählen z. B. eine methodische Entwicklung von den ersten Prototypen bis zur Serienreife, Ermittlung und Erreichung der geforderten Prozessfähigkeit mittels geeigneter Prüfmittel [83]. Auf Grund des hohen verbreiteten Qualitätsstandards ist es unproblematisch, mit den Lieferanten etwaige zusätzliche Einschränkungen oder Auflagen zu vereinbaren. Die Streubreiten der hartmagnetischen Eigenschaften sind weitgehend bekannt und können als solche in der Auslegung von elektromagnetischen Ventilen berücksichtigt werden.

2.3.3 Form-, Maß- und Lagetoleranzen

Die Form-, Maß- und Lagetoleranzen gelten für Einzelteile und Baugruppen. Die angegebenen Toleranzen werden meist bei einer Wareneingangsprüfung stichprobenartig geprüft bzw. der Lieferung liegt ein Messprotokoll des Lieferanten bei. Im Falle von Baugruppen, die erst durch die Montage aus Einzelteilen im Betrieb entstehen, sind begleitende Messungen notwendig, welche die Einhaltung der geforderten Toleranzen sicherstellen. Die Form-, Maß- und Lagetoleranzen werden mit geeigneten Messmitteln wie z. B. Messschieber, Koordinatenmessmaschine, Konturgraphen, Projektor, Lehrdorn etc. erfasst. Prinzipiell sollten wichtige Merkmale am Einzelteil geprüft werden, und nicht erst an einer Baugruppe, sonst führt eine Merkmalsabweichung am Einzelteil zu einer nicht zu verwendenden Baugruppe. Die Fehlerkosten steigen so mit jedem weiterem Prozessschritt.

Alternativ können zu den konventionellen Messmitteln, welche die Geometrie des Bauteils erfassen, neue Messverfahren eingesetzt werden. In [89, 90, 91] sind Messungen an Aktoren und Proben mit neuen Messverfahren vorgestellt. Das in [91] beschriebene Messverfahren ermittelt die magnetischen Eigenschaften in Form eines $\Psi(I, \delta)$ -Kennlinienfeldes mit der Induktionsmethode. Mit dem vorgestellten Verfahren sind vergleichende Messungen möglich. Dieses Verfahren eignet sich nicht nur für die Überprüfung des Endprodukts, sondern kann darüber hinaus für qualitätssichernde Maßnahmen z. B. durch den Einsatz in der Wareneingangskontrolle verwendet werden [90]. Dadurch können, wie im folgenden Beispiel dargestellt, finanzielle und qualitätsfördernde Vorteile entstehen.

Ein Proportionalmagnet reagiert wie erwähnt sehr sensibel im Bereich der Kennlinienbeeinflussung [92]. Um den Einfluss von Maßtoleranzen an dem Steuerkonus eines Proportionalmagneten und deren Auswirkung auf das Kraft-Hub-Verhalten zu zeigen, wird mit Hilfe eines 2D FEM-Modells der in Bild 2.3 dargestellte Proportionalmagnet untersucht. Die Parameter, deren Nennmaße und Toleranzen sind in Tabelle 2.4 aufgelistet. Die geometrische Zuordnung der Parameter ist in Bild 2.13 zu sehen.

Tabelle 2.4: Verwendete Parameter inkl. Toleranzen

Parameter	Nennmaß [mm]	Toleranz [mm]
dA_Anker	10,4	$\pm 0,03$
l_Anker	14	$\pm 0,05$
l_Sk	2,5	$\pm 0,03$
dA_Sk	11,2	$\pm 0,03$
dA_Polteil	13,5	$\pm 0,03$
dI_Sk	10,8	$\pm 0,03$

Die Geometrie des Steuerkonus wurde vereinfacht. Die Toleranzen sind so gewählt, dass sie mit einer spanenden Drehbearbeitung realisierbar und wirtschaftlich sinnvoll sind. Um Erfahrungswerte für die Berechnungsdauer und den Umfang der Parameterstudie zu bekommen, soll

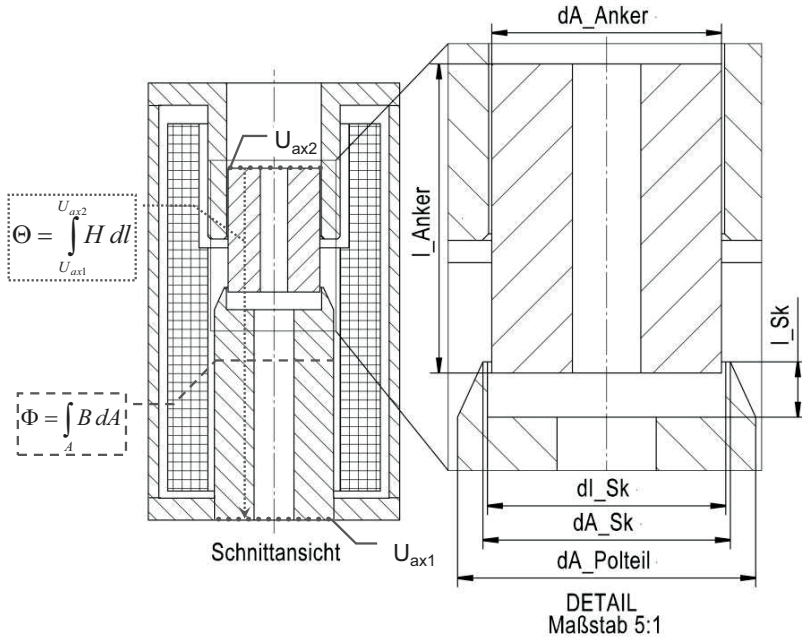


Bild 2.13: Skizze für Parameterzuordnung

dies kurz abgeschätzt werden. Es sollen 20 Arbeitspunkte (fünf Hubwerte; vier Stromwerte) untersucht werden. Für die Aussagefähigkeit ist nur die maximale Streubreite relevant, somit sind für die sechs Parameter jeweils nur die Extremwerte relevant. Folglich sind $20 \cdot 2^6 = 20 \cdot 64 = 1280$ Rechnungen durchzuführen. Die Berechnungszeit für einen Arbeitspunkt liegt bei ca. 30 Sekunden. Die gesamte Berechnungszeit beträgt somit 10,7 h. Das Ergebnis ist in Bild 2.14 zu sehen. Durch die Anwendung z. B. der statistischen Versuchsplanung (Design of Experiments = DoE) könnte die Berechnungszeit weiter verkürzt werden [18, 93].

Die Streubreite der Kraft T_{SF} , das ist die Differenz aus minimaler und maximaler Abweichung der Kraft, wird mit zunehmender Ansteuerung größer (Bild 2.15). Für $I \geq 0,5 A$ ist ein wanderndes Minimum der Streubreite für $0,6 mm \leq \delta \leq 0,9 mm$ erkennbar. Im Bereich des maximalen und minimalen Hubes tritt die größte Streubreite auf. Auf Basis des ermittelten Kraft-Hub-Kennfeldes und der Streubreite T_{SF}

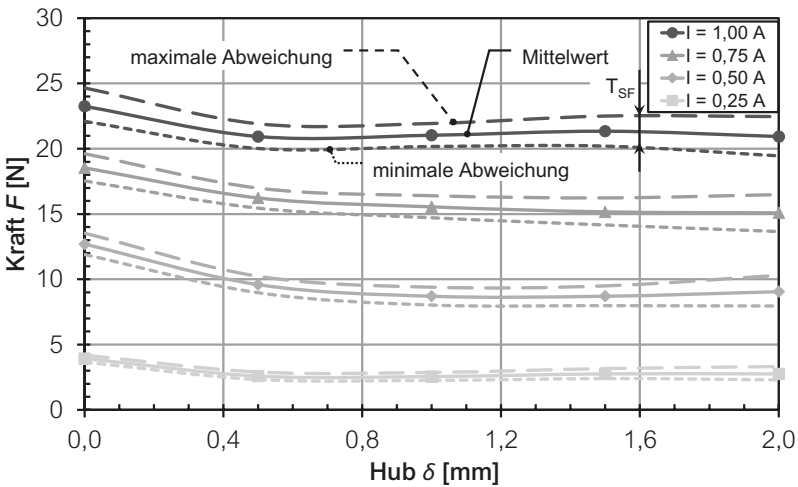


Bild 2.14: Berechnetes Kraft-Hub-Kennfeld inkl. Darstellung der Abweichung (2D FEM Berechnung; δ nach Bild 2.3)

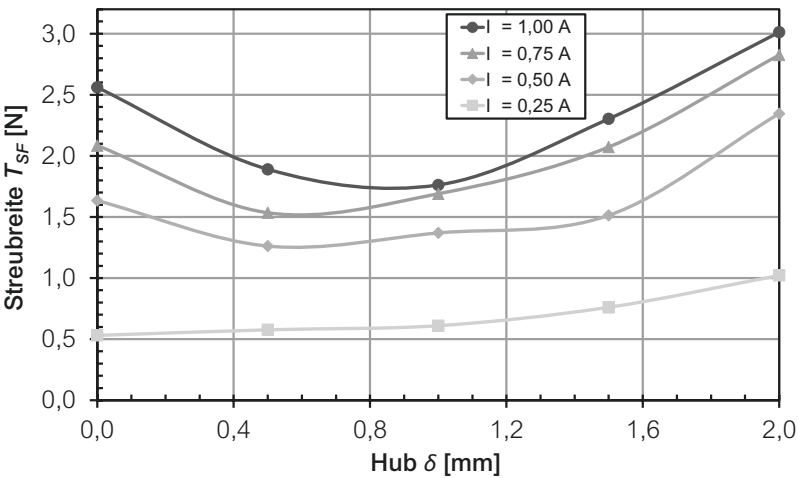


Bild 2.15: Streubreite der Kraft in Abhängigkeit des Hubes (2D FEM Berechnung; δ nach Bild 2.3)

können bei Bedarf die Toleranzen weiter eingeschränkt oder erweitert werden. Dies hängt von den zulässigen Streuungen ab und muss iterativ erfolgen. Nach Bestimmung der Streubreite kann unter Zuhilfenahme geeigneter Methoden z.B. durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz die Berechnungszeit weiter reduziert werden (vgl. Kapitel 4, Kapitel 5 und Kapitel 6).

Für das konkrete Beispiel wird für die folgenden Ausführungen angenommen, dass die ermittelten Abweichungen der Kraft noch zulässig sind und für die Definition der Abweichungsgrenzen verwendet werden. Ein Merkmal, das sowohl die Form-, Maß- und Lagetoleranzen und die Materialeigenschaften in sich vereint, ist das $\Psi(I, \delta)$ oder $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeld. Auf Basis der durchgeführten numerischen Feldberechnungen ist es möglich, für den kompletten Magneten, bestimmte Einzelteile oder Baugruppen die magnetischen Eigenschaften z. B. in Form des $\Psi(I, \delta)$ oder $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeldes zu ermitteln. Im konkreten Beispiel wird die Baugruppe Polteil montiert (Tabelle 2.5) unter Nutzung des $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeldes untersucht. Das $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeld eignet sich für Baugruppen besser, weil es zum einen unabhängig von der Windungszahl ist und zum anderen direkt für Berechnungen mit der Netzwerkmethodene benutzt werden kann [1, 10]. Die Baugruppe Polteil montiert besteht aus den Einzelteilen Anker, Polteil, Stößel und Lager (Bild 2.3).

Vor der Ermittlung des $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeldes ist es notwendig sich bereits Überlegungen über die konstruktive Beschaffenheit des Messadapters zu machen. Die Messung sollte mit einem extra dafür entwickelten Messadapter durchgeführt werden. Der Messadapter sollte eine konstante Eisenquerschnittsfläche, gute magnetische Eigenschaften hinsichtlich Hysterese und Magnetisierungsverhalten aufweisen. Des Weiteren sollte der magnetische Fluss so geführt werden, dass keine unbeteiligten magnetischen Widerstände (radiale Übertritte) zu Verfälschungen der Messung führen können. Axiale Flussübertritte sollten hier bevorzugt werden. Eine konstruktive Ausführung des beschriebenen Messadapters ist in Bild 2.16 dargestellt.

Ein wichtiger Punkt sind die Integrationsgrenzen bzw. die Schnittstellen, an denen der Fluss Φ und der magnetische Spannungsabfall V bestimmt werden. Für das gewählte Beispiel sind die Integrationsgrenzen in Bild 2.13 eingezeichnet. Ist mit einer großen Abweichung zwischen dem berechneten Proportionalmagneten und dem Messadapter zu rechnen, so ist es empfehlenswert, auf Basis der Geometrie des Messadapters,

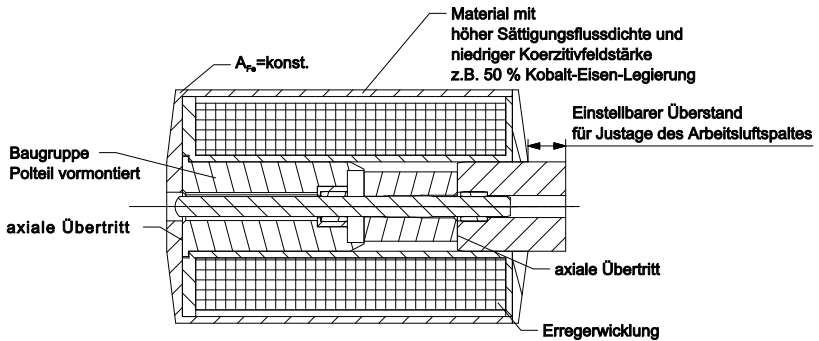


Bild 2.16: Konstruktive Ausführung des Messadapters für die Baugruppe Polteil vormontiert

eine erneute sehr realitätsnahe Simulation durchzuführen, welche zu einer Verbesserung der Definition der Grenzkurven führt. Das ermittelte $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeld und die berechneten Punktwolken aus der Parametervariation sind in Bild 2.17 abgebildet.

Mit dem Messadapter ist es möglich, auf Basis der in Bild 2.17 ermittelten Daten qualitätsbegleitende Messungen durchzuführen. Liegen die gemessenen Kurven der Baugruppe Polteil montiert außerhalb der festgelegten Grenzkurven, so ist dieses für die Produktion zu sperren.

Auf Basis der 2D FEM Berechnung können die entsprechenden Parameterkonstellationen für Grenzmuster ausgewählt, gefertigt und vermessen werden (vgl. [94]). Durch diese Maßnahme werden die ermittelten Daten verifiziert und eine hohe Qualität der Messung garantiert. Die Erprobung bzw. Fertigung von Grenzmustern läuft parallel zu der ersten Musterphase, der Entwicklungsprozess und insbesondere die Wechselwirkungen von Toleranzen im Gesamtsystem können in einer früheren Entwicklungsphase erprobt werden. Ferner dienen die Grenzmuster zur Validierung der statistischen Simulation.

In Tabelle 2.5 sind die Kosten für einen Proportionalmagneten exemplarisch aufgeführt. Die Einzelteile werden in drei Montageschritten zum fertig geprüften Proportionalmagneten zusammengebaut. Auf Grund des Herstellungsablaufs sind gewisse Produktionspuffer notwendig, in denen bereits montierte Zwischenbaugruppen für die Weiterverarbeitung lagern.

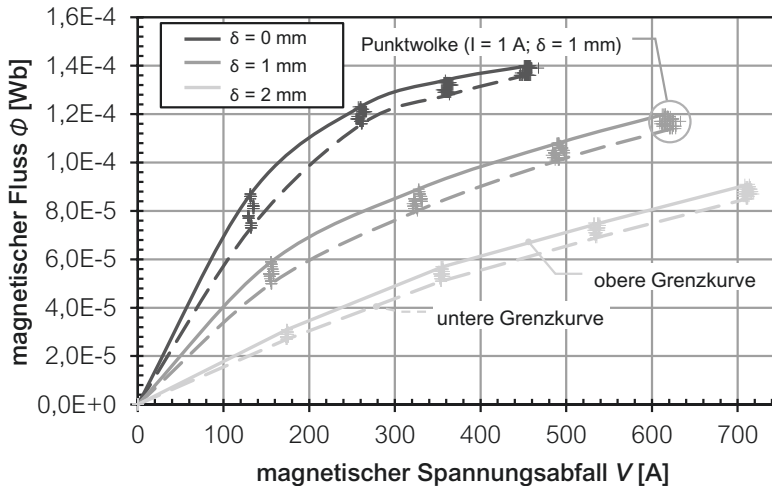


Bild 2.17: $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeld der Baugruppe Polteil montiert (2D FEM Berechnung; δ nach Bild 2.3)

Bei einer laufenden Produktion kommt es z. B. zu einem Chargenwechsel des Polteils. Das Einzelteil erfüllt die maßlichen Spezifikationen d.h. die Form, Maß- und Lagetoleranzen werden eingehalten. Das Einzelteil wird daher für die Produktion freigegeben. Kommen zu den Form-, Maß- und Lagertoleranzen unerwartet Schwankungen in den Materialeigenschaften z. B. in Folge schlechter Bearbeitungsbedingungen bei der spanenden Fertigung des Polteils hinzu, so wird dies erst bei der Endprüfung des fertig montierten Proportionalmagneten bemerkt [1, 95]. Die Streubreite T_{SF} kann größer als die vorher festgelegte Abweichung werden. Es wird erst bei der Endprüfung bemerkt, dass die Kraft-Hub-Kennlinie außerhalb der Spezifikation liegt. Die Teile der Endprüfung können somit nicht mehr verwendet werden, das gleiche gilt für die Teile, welche sich in der Endmontage befinden. Die Baugruppe Polteil montiert und die übrigen Einzelteile des Polteils müssen darüber hinaus ausgetauscht werden. Hieraus ergibt sich für das Beispiel ein finanzieller Schaden von $507 \text{ €} + 4830 \text{ €} + 1000 \times 1,15 \text{ €} + 7900 \times 0,45 \text{ €} = 10042 \text{ €}$. Zu dem finanziellen Teileschaden kommen noch Verschrottungskosten, Rüstzeiten evtl. Produktionsausfallkosten hinzu. Der gesamte Umfang der Folgekosten ist nur schwer zu erfassen. Die anfallenden Kosten für

eine begleitende Stichprobenprüfung würde nur einen Bruchteil des finanziellen Schadens betragen.

Wird hingegen bei einem Chargenwechsel die Baugruppe Polteil montiert stichprobenartig oder 100 % während der Fertigung geprüft, so sind sofortige Abweichungen zu den Sollvorgaben aus dem $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeld erkennbar. Die Einzelteile werden nicht für die weitere Produktion freigegeben bzw. verwendet und die Fehlerkosten können drastisch reduziert werden. Der Vorteil liegt in der gleichzeitigen Prüfung von geometrischen und magnetischen Eigenschaften der untersuchten Einzelteile oder Baugruppe. Mit geringem Aufwand kann die Baugruppe Polteil montiert vorgeprüft und für die Produktion freigegeben werden.

Eine Vorprüfung von wichtigen Komponenten unter Zuhilfenahme des $\Phi(V, \delta)$ -Kennlinienfeldes ist sinnvoll und sollte vermehrt angewendet werden. Zu den reduzierten Fehlerkosten kommen weitere Vorteile wie ein höherer Qualitätsstandard, besseres Ansehen beim Kunden in Folge des erhöhten Qualitätsstandards, höheres Kundenvertrauen und eine Steigerung der Kundenzufriedenheit.

Die Lagetoleranzen sind von entscheidender Bedeutung für die Hysterese bei elektromagnetischen Antrieben und ergeben sich aus einer Vielzahl von beteiligten Faktoren. Dieser Sachverhalt wird daher im nächsten Kapitel näher untersucht.

Tabelle 2.5: Exemplarische Kosten für die Fertigung eines Proportionalmagneten

Einzelteil	Kosten	1te Montage	Kosten	2te Montage	Kosten	3te Montage	Kosten			
Anker	0,25 €	Baugruppe Polteil montiert	1,15 €	Endmontage Proportional- magnet	4,83 €	Endprüfung Proportional- magnet	5,07 €			
Polteil	0,45 €									
Stößel	0,10 €									
Lager	0,05 €									
Spule komplett	1,00 €									
Hülse	0,35 €	Baugruppe Gehäuse	2,43 €							
Flussleitrohr	0,40 €									
Lager	0,05 €									
Produktionspuffer	10000	1000						1000	100	
gebundenes Kapital	26500 €	3577 €	4830 €	507 €						

Kapitel 3

Radialkräfte an Gleichstrommagneten infolge Lagetoleranzen

Für eine gute Regelgüte eines Proportionalantriebs sind eine geringe Totzone und ein linearer Zusammenhang zwischen Strom und Kraft notwendig. Radialkräfte führen an Gleichstrommagneten zur sogenannten Reibungshysterese H_{FR} . Diese ist jedoch nur ein Teil der Gesamthysterese H_F , die an Gleichstrommagneten auftreten kann. Der andere Teil ist die magnetische Hysterese H_{FM} . Die Gesamthysterese ist somit die Summe aus magnetischer Hysterese und Reibungshysterese, die in Folge unsymmetrischer Radialkräfte, die auf den Anker wirken, entsteht [1, 5, 32]:

$$H_F = H_{FM} + H_{FR}. \quad (3.1)$$

Die Hysteresen und deren Definition sind in Bild 3.1 zu sehen. In Folge der Hysterese kommt es zu einer Reduzierung der nutzbaren Magnetkraft F_i .

Die Radialkräfte, die auf den Anker wirken, kompensieren sich im idealen rotationssymmetrischen Fall. Bei einem realen Elektromagnet entsteht bedingt durch Fertigungstoleranzen an den Einzelteilen eine exzentrische Anordnung. Durch die exzentrische Anordnung verändert sich die magnetische Flussdichte im Radialluftspalt über dem Umfangswinkel, der Flussverlauf wird inhomogen. Hierdurch kommt es nicht mehr zur vollständigen Kompensation der radialen Kräfte. Es bleibt eine resultierende Radialkraft F_R übrig, die im Bereich des geringsten Luftspaltes und in dessen Richtung wirkt. Das Radialkraftprofil, welches am Umfang des Ankers angreift und die daraus resultierende Radialkraft sind für den zentrischen und exzentrischen Fall in Bild 3.2 dargestellt.

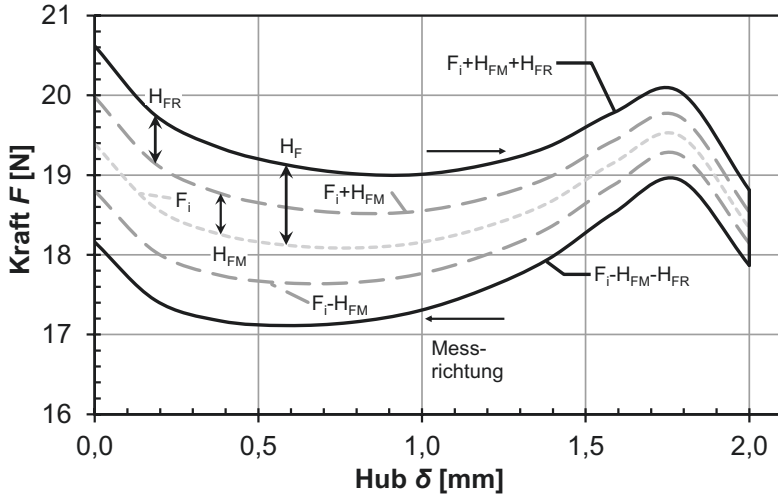


Bild 3.1: Definition der Hysteresen (F_i = Magnetkraft; H_F = Gesamthysterese; H_{FM} = magnetische Hysterese; H_{FR} = Reibungshysterese)

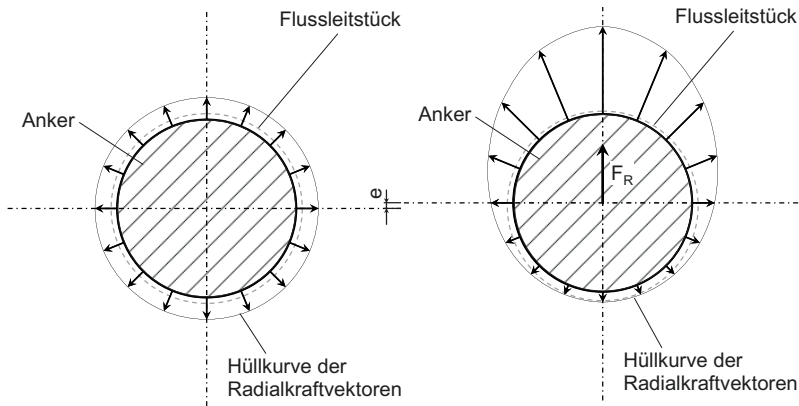


Bild 3.2: Querschnitt durch eine Ankerführung mit dem sich ergebenden Radialkraftprofil bei radialem Flussübertritt für zentrische (links, $e = 0,0$ mm, $F_R = 0$ N) und exzentrische (rechts, $e = 0,15$ mm, $F_R = 7$ N) Anordnung ($r_1 = 4,5$ mm; $r_2 = 4,8$ mm; $l = 4$ mm; $\Theta = 150$ A) (angelehnt an [89])

Die Folge von zu hohen Radialkräften kann z.B. eine Reduzierung der Lebensdauer sein oder der Verlust der Hubkraft in Folge zu hoher Reibung bis hin zum Totalausfall.

Das Verhältnis und der Betrag des jeweiligen Hysteresanteils sind von verschiedenen Faktoren abhängig. Die magnetische Hysterese und die Reibungshysterese hängen von unterschiedlichen Einflussparametern ab.

3.1 Einflussparameter

Die magnetische Hysterese ist durch Materialauswahl, thermische Behandlung und notwendige Bearbeitungsschritte (Umformvorgänge, Schweißprozesse etc.) während der Produktion beeinflussbar.

Die Reibungshysterese H_{FR} ist auf die entstehenden Radialkräfte, die in Folge der Exzentrizität auftreten, zurückzuführen. Sie ist das Produkt aus Reibwert μ_r und Radialkraft F_R :

$$H_{FR} = \mu_r \cdot F_R. \quad (3.2)$$

Die Reibungshysterese hängt zunächst vor allem von dem gewählten Lagerungskonzept ab. Eine Bewertungsmatrix für unterschiedliche Lagerungsarten ist in Tabelle 3.1 dargestellt.

Im Bereich der preiswerten Gleichstrommagnete kommt vor allem die Gleitlagerung zum Einsatz. Sie zeichnet sich durch ihre Einfachheit und Robustheit gegenüber Verschmutzung aus. Membranfedern kommen zum Einsatz, wenn höhere Anforderungen an die Hysterese gestellt werden. Sie ist dennoch günstiger zu bewerten als eine Wälzlager-Lösung. Kombinationen aus unterschiedlichen Lagerungskonzepten sind möglich z. B. die Realisierung der Lagerung im Bereich des Steuerkonus mit einer Blattfeder und im Flussübertrittsbereich mit einer Gleitlagerung. Auf Grund des hohen möglichen Reibwerts der Gleitlagerung, weist diese die schlechtesten Hystereseeigenschaften auf.

3.2 Berechnung und Vorhersage von Radialkräften

In den folgenden Ausführungen werden unterschiedliche Modelle zur Berechnung und Vorhersage von Radialkräften vorgestellt. Die Modelle können zunächst nach der Materialbeschreibung in zwei Arten unterteilt werden. Zum einen in Modelle, die einen linearen $B(H)$ -Verlauf

Tabelle 3.1: Eigenschaften unterschiedlicher Lagerungskonzepte [15, 96, 97]

Lagerungsart	Hysteresese	ReiBwert	Kosten	Hub
Blatt-/Membranfeder (Verformung Membran)	++	(nur mechanische Hysteresese)	+	o
Kugellager/Wälzlager	++	$\mu_r = c_r = 0,001 \dots 0,003$ (Oberfläche, Reibpartner, Schmierung, Anpressdruck, Temperatur)	-	+
			(Lagerkäfig + Fügevorgang notwendig)	
Gleitlager	o	$\mu_r = 0,02 \dots 0,20$ (Oberfläche, Reibpartner, Schmierung, Anpressdruck, Temperatur)	++	++
			(vorhandene Teile können für Lagerung genutzt werden)	
Bewertungsschema: ++ = sehr gut ; + = gut ; o = mittel ; - = schlecht ;				

Die Luftspalthöhe h_{ls} ist eine Funktion des Winkels κ . Für die analytisch exakte Lösung des Luftspaltes muss die Anwendung des Kosinussatzes erfolgen. Für die in Bild 3.3 dargestellte Geometrie ergibt sich für die exakte Lösung:

$$h_{ls} = \sqrt{\frac{1}{2}e^2 \cos(2\kappa) - \frac{e^2}{2} + r_2^2 + e \cdot \cos(\kappa) - r_1}. \quad (3.5)$$

Auf Grund der notwendigen Integration sollte die Ansatzfunktion möglichst einfach sein. Für $e \ll 1$ können die Terme höherer Ordnung unter der Wurzel vernachlässigt werden, somit kann Gl. (3.5) weiter vereinfacht werden:

$$h_{ls} = e \cos(\kappa) + r_2 - r_1. \quad (3.6)$$

Die Näherungslösung Gl. (3.6) und die Lösung mit dem Kosinussatz Gl. (3.5) sind in Bild 3.4 gegenübergestellt. Der Fehler, der durch die Näherung auftritt, ist sehr gering, die Integration erfolgt mit der Näherungslösung Gl. (3.6). Vor der Integration wird die normierte Exzentrizität ϵ eingeführt:

$$\epsilon = \frac{e}{r_2 - r_1}. \quad (3.7)$$

Die Näherungslösung Gl. (3.6) in Gl. (3.4) eingesetzt und die Integration über dem Umfangswinkel κ führt zu:

$$\begin{aligned} F_{R,Lu} &= - \int_0^{2\pi} \frac{l r_1 \Theta_r^2 \mu_0 \cos(\kappa)}{2(r_2 - r_1)^2 (\epsilon \cos(\kappa) + 1)^2} d\kappa = \\ &= - \frac{l r_1 \Theta_r^2 \mu_0}{2(r_2 - r_1)^2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\kappa)}{(\epsilon \cos(\kappa) + 1)^2} d\kappa = \frac{l \pi r_1 \Theta_r^2 \epsilon \mu_0}{(r_2 - r_1)^2 (1 - \epsilon^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Für Werte der normierten Exzentrizität $\epsilon > 0,6$ steigt die Radialkraft stark progressiv an. Strebt $\epsilon \rightarrow 1^-$, wäre die Radialkraft theoretisch unendlich groß (Bild 3.6), wie folgende Herleitung zeigt. Für die Berechnung des Grenzwertes werden die irrelevanten Faktoren in der Konstante c_{Lu} zusammengefasst:

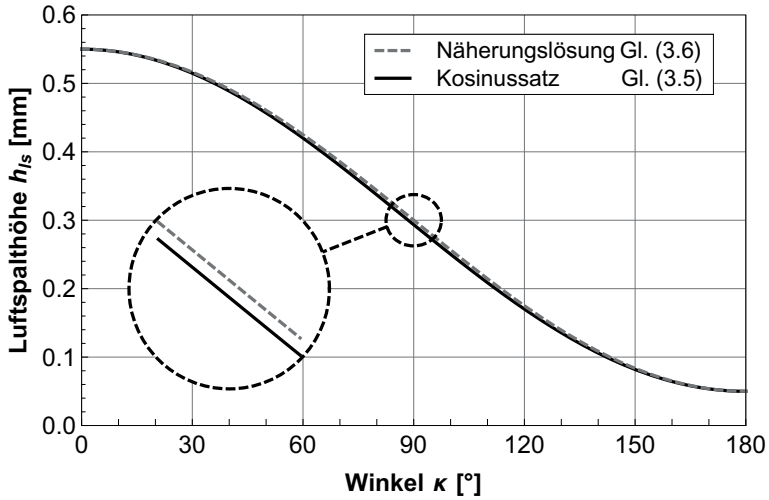


Bild 3.4: Vergleich von Kosinussatz Gl. (3.5) und Näherungslösung Gl. (3.6) ($r_1 = 4,5$ mm; $r_2 = 4,8$ mm; $e = 0,25$ mm)

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 1^-} c_{Lu} \frac{\epsilon}{(1 - \epsilon^2)^{3/2}} = c_{Lu} \left(\lim_{\epsilon \rightarrow 1^-} \epsilon \right) \left(\lim_{\epsilon \rightarrow 1^-} \frac{1}{(1 - \epsilon^2)^{3/2}} \right) = \infty. \quad (3.9)$$

Die unendlich große Radialkraft resultiert auf Grund des vorliegenden Punktkontaktes ($h_{ls} = 0$) bei $\kappa = 180^\circ$ für $\epsilon = 1$ (vgl. Gl. (3.5)/(3.6) und Gl. (3.4)). In der Realität wird der Kraftanstieg durch angrenzende weichmagnetische Komponenten bzw. dem Eisenrückschluss begrenzt, welche in Sättigung gehen können.. Bei Neukonstruktionen sollte die normierte Exzentrizität $\epsilon < 0,6$ sein [32].

Wird Gl. (3.8) von $F_{R,Lu}$ näher betrachtet, so ergibt sich bei größerer Überdeckungslänge l eine größere Radialkraft. Jedoch muss berücksichtigt werden, dass sich mit geänderter Überdeckungslänge l , die notwendige magnetische Durchflutung Θ_r mit verändert. Die Formel beschreibt die grundsätzlichen Zusammenhänge, setzt aber die Kenntnis der magnetischen Durchflutung Θ_r voraus. Aus diesem Grund wird ein erweitertes Modell entwickelt, welches auf einem Ersatznetzwerk basiert (Bild 3.5).

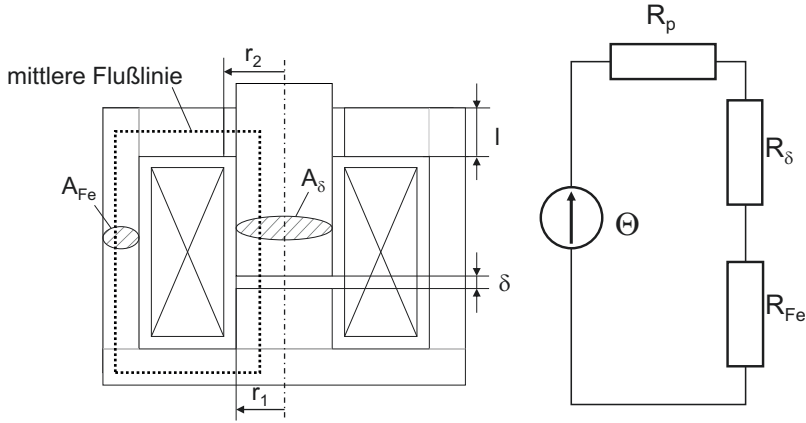


Bild 3.5: Magnetischer Kreis mit magnetischem Ersatzschaltbild eines Schaltmagneten

Für den Leitwert des parasitären Luftspaltes gilt nach [1]:

$$G_p = \mu_0 \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\ln [n + \sqrt{n^2 - 1}]} \quad \text{mit} \quad n = \frac{r_1^2 + r_2^2 - e^2}{2r_1 r_2}. \quad (3.10)$$

Die geometrischen Größen r_1 , r_2 , und l sind in Bild 3.5 eingezeichnet, die Exzentrizität e ist wie in Bild 3.3 dargestellt. Für das Ersatzschaltbild ergeben sich folgende formale Zusammenhänge:

$$R_p = \frac{1}{G_p}, \quad (3.11)$$

$$A_{\delta} = \pi r_1^2, \quad (3.12)$$

$$R_{\delta} = \frac{\delta}{\mu_0 A_{\delta}}, \quad (3.13)$$

$$R_{Fe} = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \mu_{Fe} A_{Fe}}, \quad (3.14)$$

$$R_m = R_p + R_{\delta} + R_{Fe}, \quad (3.15)$$

$$G_m = \frac{1}{R_m}. \quad (3.16)$$

Die entstehenden Kräfte können unter Benutzung von Gl. (2.6) berechnet werden. Hieraus ergibt sich, unter Berücksichtigung folgender Randbedingungen $0 < r_1 < r_2$, $l > 0$ und $0 < e < (r_2 - r_1)$:

$$F_R = \frac{\Theta^2}{2} \cdot \frac{\partial G_m}{\partial e} = \frac{2el\pi\Theta^2 A_{\text{Fe}}^2 r_1^4 \mu_0 \mu_{\text{Fe}}^2}{\sqrt{r_1^4 + (e^2 - r_2^2)^2 - 2r_1^2(e^2 + r_2^2)}} \cdot \frac{1}{\chi}, \quad (3.17)$$

$$F_\delta = -\frac{\Theta^2}{2} \cdot \frac{\partial G_m}{\partial \delta} = \frac{2l^2\pi\Theta^2 A_{\text{Fe}}^2 r_1^2 \mu_0 \mu_{\text{Fe}}^2}{1} \cdot \frac{1}{\chi}, \quad (3.18)$$

$$\chi = \left(2l\pi l_{\text{Fe}} r_1^2 + A_{\text{Fe}} \mu_{\text{Fe}} \left(2l\delta + r_1^2 \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \ln \left[\frac{-e^2 + r_1^2 + r_2^2 + \sqrt{r_1^4 + (e^2 - r_2^2)^2 - 2r_1^2(e^2 + r_2^2)}}{2r_1 r_2} \right] \right) \right)^2. \quad (3.19)$$

Zur Kontrolle von Gl. (3.17) müsste sich für den Spezialfall $\delta \rightarrow 0$ ein ähnlicher Radialkraftverlauf wie nach Gl. (3.8) ergeben. Bild 3.6 zeigt den Vergleich. Beide Verläufe sind identisch trotz unterschiedlicher Herangehensweise. Der Einfluss des Arbeitsluftspaltes δ auf die Radialkraft ist als weiterer Parameter dargestellt. Bereits ein sehr kleiner Arbeitsluftspalt reduziert die auftretende Radialkraft enorm. Für $e \rightarrow 1^-$ strebt die Radialkraft $F_R \rightarrow \infty$, es gelten hier die für Gl. (3.8) gemachten Aussagen ebenso.

Nach Differentiation und durch Einführung der normierten Radialkraft Q resultiert:

$$Q = \frac{F_R}{F_\delta} = \frac{er_1^2}{l\sqrt{r_1^4 + (e^2 - r_2^2)^2 - 2r_1^2(e^2 + r_2^2)}} =$$

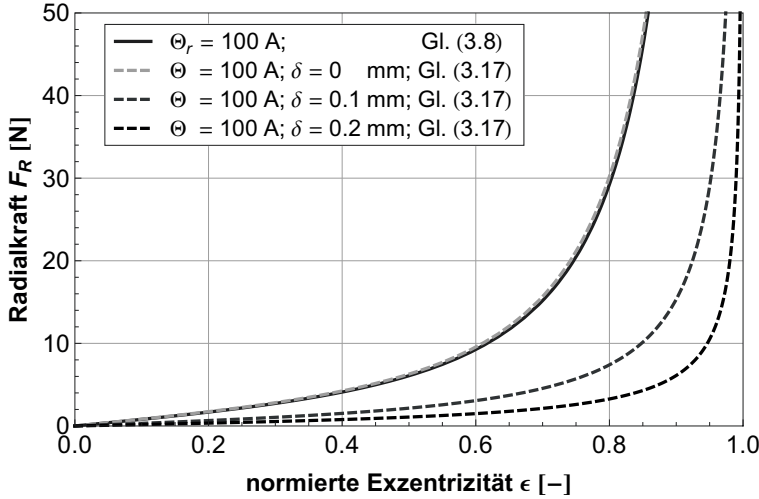


Bild 3.6: Radialkraft in Abhängigkeit von der normierten Exzentrizität ($r_1 = 4,5$ mm; $r_2 = 4,8$ mm; $l = 4$ mm)

$$\frac{er_1^2}{l\sqrt{e^4 - 2e^2r_1^2 + r_1^4 - 2e^2r_2^2 - 2r_1^2r_2^2 + r_2^4}} = \frac{er_1^2}{l\sqrt{(r_1^2 - e^2 + r_2^2)^2 - 4r_1^2r_2^2}}. \quad (3.20)$$

Mit Hilfe der gemessenen bzw. berechneten Zugkraft kann direkt auf die entsprechende Radialkraft rückgeschlossen werden.

Gl. (3.20) ist dennoch komplex und nicht leicht handhabbar. Aus diesem Grund wird eine Reihenentwicklung für den Arbeitspunkt bei $e = 0$ mm durchgeführt. Hieraus folgt:

$$Q = \frac{er_1^2}{l\sqrt{(r_1^2 - r_2^2)^2}} + \frac{e^3r_1^2(r_1^2 + r_2^2)}{l(r_1^4 - 2r_1^2r_2^2 + r_2^4)^{3/2}} + \dots \quad (3.21)$$

Bricht man die Reihenentwicklung nach dem ersten Glied ab, so wird:

$$Q = \frac{er_1^2}{l\sqrt{(r_1^2 - r_2^2)^2}} = \frac{er_1^2}{l(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{e}{l} \cdot \frac{1}{\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1}. \quad (3.22)$$

Wird unter Nutzung von Gl. (3.7) $e = \epsilon(r_2 - r_1)$ gesetzt, vereinfacht sich Q zu:

$$Q = \frac{\epsilon r_1^2 (r_2 - r_1)}{l(r_2^2 - l r_1^2)} = \frac{\epsilon}{l} \cdot \frac{r_1^2}{r_1 + r_2}. \quad (3.23)$$

Um dem Konstrukteur ein einfaches und effektives Arbeiten bei der Bestimmung von Radialkräften zu ermöglichen, wurde für obige Gleichung ein Nomogramm erstellt (Bild 3.7).

Die Gleichung lässt einige Möglichkeiten zur Reduzierung der Radialkraft erkennen. Für einen guten reibungsarmen Antrieb muss Q so klein wie möglich gehalten werden. Dies kann durch folgende Maßnahmen erzielt werden:

- Spaltlänge l des parasitären Luftspaltes erhöhen,
- das Verhältnis aus r_2 und r_1 sollte möglichst groß sein,
- die normierte Exzentrizität ϵ sollte so klein wie möglich sein.

Das entwickelte Nomogramm ist vor allem für Magnete ohne Kennlinienbeeinflussung geeignet. Bei kennlinienbeeinflussten Magneten muss ein anderer Ansatz verfolgt werden.

3.2.2 Nichtlineare Modelle

Wie aus dem Abschnitt der linearen Modelle hervorgeht, eignen sich die vorgestellten Modelle nur bedingt für die Vorhersage von Radialkräften. Der Einfluss der Sättigung wird nicht berücksichtigt. Dies führt bei größeren Exzentrizitäten zu einem Fehler in der Vorhersage der Radialkraft. Um den Einfluss der Sättigung zu berücksichtigen, sind verschiedene Ansätze möglich. Zum einen ist es möglich, den Sachverhalt mit Hilfe eines nichtlinearen magnetischen Ersatznetzwerks abzubilden. Die Lösung kann auf analytischem Wege oder mit Hilfe des Newtonverfahrens erfolgen. In [15] wird dies für einen vereinfachten Magnetkreis, unter Berücksichtigung der Nichtlinearität des Eisenwiderstandes, mit einer einfachen Approximationsfunktion für das Material algebraisch gelöst. Die Lösung der nichtlinearen Funktion erfolgte zu Beginn numerisch mit dem Newtonverfahren, während der Berechnungen zeigte sich der Vorteil der analytischen Lösung. Zum anderen kann die Ermittlung mit Hilfe der 3D FEM erfolgen.

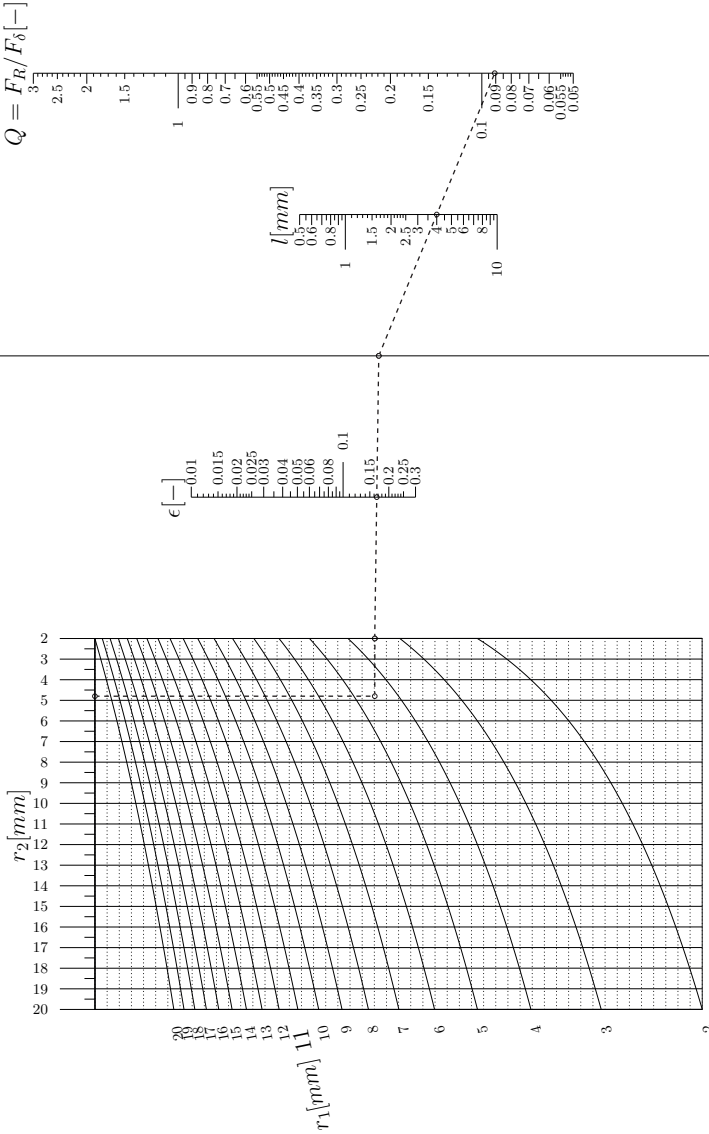


Bild 3.7: Nomogramm zur Bestimmung von Radialkräften

($r_1 = 4,5$ mm; $r_2 = 4,8$ mm; $l = 4$ mm; $\epsilon = \frac{1}{6}$; $\rightarrow Q = 0,0901$)

Netzwerkmodell

Für die Erstellung des Netzwerkmodells muss der radiale Luftspalt, analog der FEM, in kleine Teilbereiche zerlegt werden. Der radial durchflossene Spalt wird in endlich kleine Winkелеlemente mit dem Winkel $d\kappa$ zerlegt. Das Modell und dessen geometrischen Parameter sind in Bild 3.8 zu sehen. Bei der Berechnung der Radialkraft wird das Winkелеlement so weit verkleinert, bis die berechnete Radialkraft konvergiert. Das Netzwerk besteht aus einem linearen Luftwiderstand und einem nichtlinearen Eisenwiderstand pro Winkелеlement. Die einzelnen Winkелеlemente sind parallel geschaltet, d.h. für jeden Zweig ist der magnetische Spannungsabfall konstant. Die Luftspalthöhe h_{ls} wird mit dem Kosinussatz Gl. (3.5) berechnet.

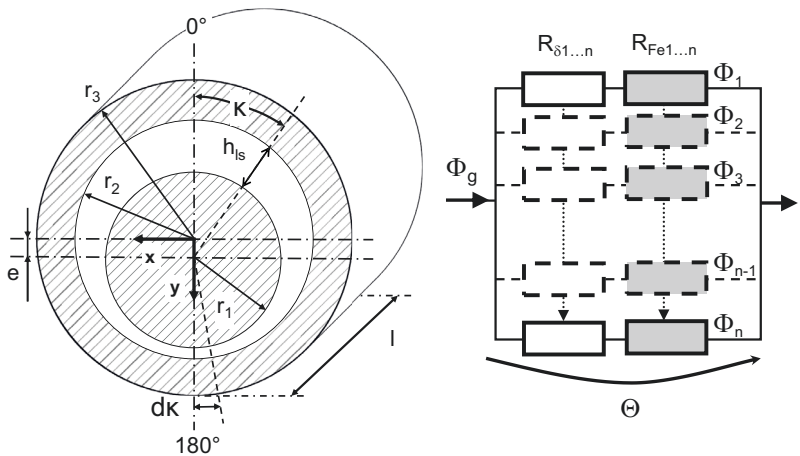


Bild 3.8: Geometrie des Ringspaltes (links) und Netzwerkmodell (rechts)

Für den sich ergebenden Gesamtfluss Φ_g gilt:

$$\Phi_g = \sum_{i=1}^n \Phi_i \quad (3.24)$$

Die Kraftberechnung erfolgt für das jeweilige Winkелеlement unter Berücksichtigung der dort herrschenden Flussdichte mit Hilfe der Max-

wellschen Zugkraftformel Gl. (2.8). Die Berechnung für den jeweiligen Zweig eines Winkелеlements $d\kappa$ erfolgt mit folgenden Formeln [15]:

$$B = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (3.25)$$

$$a = -\frac{\beta h_{ls}}{\mu_0 l_{Fe}} \left(1 + \frac{\gamma h_{ls}}{\mu_0 l_{Fe}}\right), \quad (3.26)$$

$$b = \alpha + \frac{\beta \Theta}{l_{Fe}} + \frac{h_{ls}}{\mu_0 l_{Fe}} \left(\frac{2\beta \gamma \Theta}{l_{Fe}} + \alpha \gamma + 1 \right), \quad (3.27)$$

$$c = -\frac{\Theta}{l_{Fe}} \left(1 + \alpha \gamma + \beta \gamma \frac{\Theta}{l_{Fe}}\right), \quad (3.28)$$

$$l_{Fe} = r_3 - r_2. \quad (3.29)$$

Die Parameter α , β und γ beschreiben die weichmagnetischen Eigenschaften des Eisenwiderstandes. Die $B(H)$ -Kennlinie für das verwendete Material wird mittels Gl. (5.3) berechnet und ist in Bild 3.9 zu sehen.

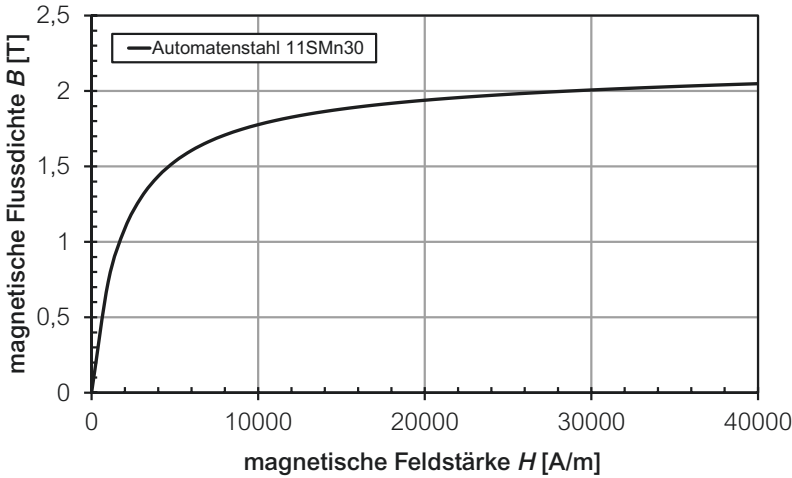


Bild 3.9: $B(H)$ -Kennlinie für Automatenstahl 11SMn30 nach Gl. (5.3)

$$\left(\alpha = 884 \frac{Am}{Vs}; \beta = 0,48 \frac{m^2}{Vs}; \gamma = 1,25 \times 10^{-6} \frac{Vs}{Am}\right)$$

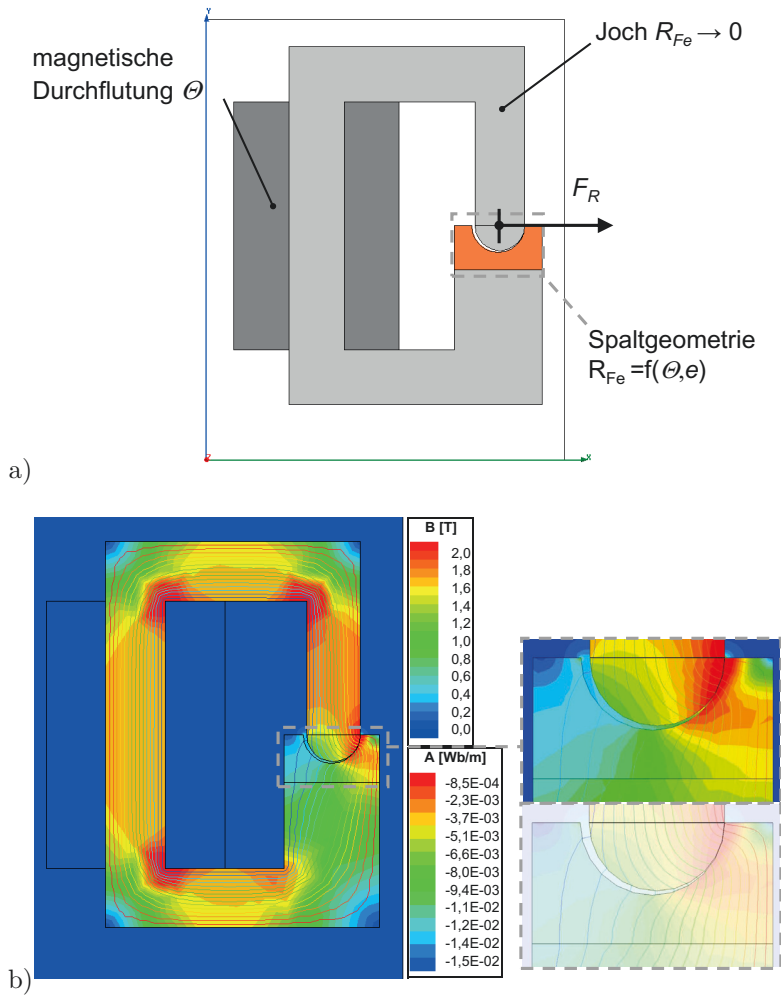


Bild 3.10: 2D FEM Ersatzmodell zur Validierung des nichtlinearen Netzwerkmodells; a) schematische Darstellung des Modells (hellgrau = lineares Materialverhalten; orange = nichtlineares Materialverhalten); b) Sättigungs-/Flussbild für $e = 0,29 \text{ mm}$ und $\Theta = 200 \text{ A}$

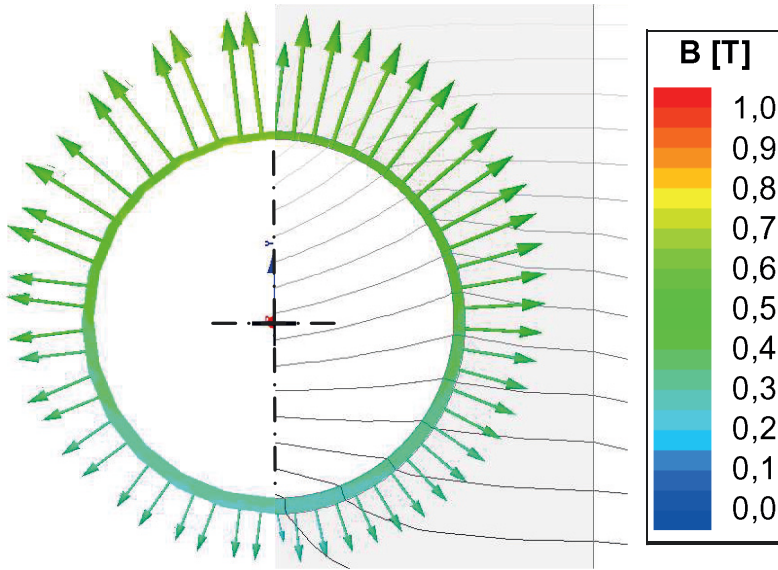


Bild 3.11: Vektordarstellung der Flussdichte für den radialen Flussübertritt für das 3D FEM Modell (links) und 2D FEM Ersatzmodell (rechts) ($r_1 = 4,5 \text{ mm}$; $r_2 = 4,8 \text{ mm}$; $e = 0,1 \text{ mm}$; $l = 4 \text{ mm}$; $\Theta = 100 \text{ A}$)

Zweidimensionale Finite Elemente Methode Ersatzmodell

Zur Verifizierung des entwickelten Netzwerkmodells wird parallel ein planares FEM Modell erstellt. Das FEM Modell ist in Bild 3.10 dargestellt. Das Joch ist als idealer magnetischer Leiter modelliert und besitzt einen vernachlässigbaren kleinen Widerstand. Die Spaltgeometrie ist geometrisch identisch zu Bild 3.8. Für einen Arbeitspunkt sind die Sättigungen und Flusslinien dargestellt. Wie bereits bei dem linearen Modell nach [32] wird die Spiegelsymmetrie ausgenutzt, um den Berechnungsaufwand zu reduzieren. Aus Bild 3.10 b) ist ersichtlich, dass der magnetische Fluss im Vergleich zu den bisherigen Modellen unterschiedlich ist. Entscheidend für die Berechnung der Radialkraft ist jedoch der Flussverlauf im Luftspalt. Wie aus Bild 3.11 hervorgeht, zeigen die beiden dargestellten Modelle eine nahezu identische Ausrichtung der Vektoren und eine vergleichbare Flussdichteverteilung.

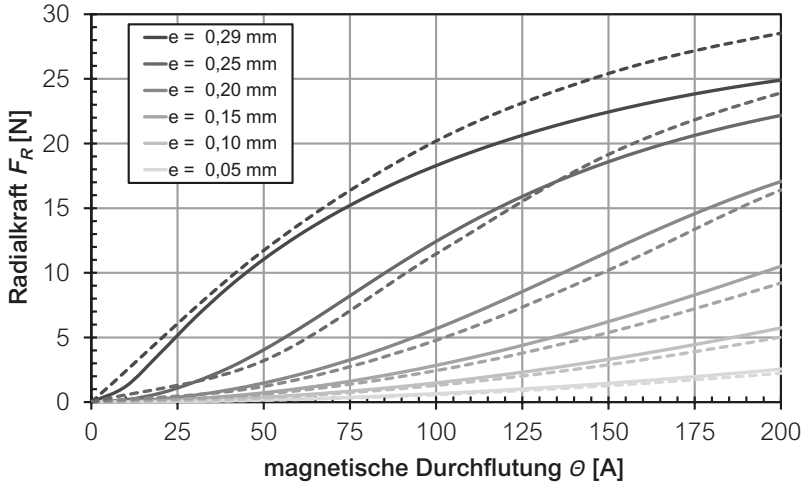


Bild 3.12: Radialkraft in Abhängigkeit von der magnetischen Durchflutung (gestrichelt = 2D FEM; durchgezogen = Netzwerkmodell) ($r_1 = 4,5$ mm; $r_2 = 4,8$ mm; $l = 4$ mm)

Die Ergebnisse der Radialkräfte sind in Bild 3.12 für eine definierte Geometrie verglichen. Die Berechnung des Netzwerkmodells erfolgte mit dem Winkel $d\kappa = 1^\circ$ d.h. das Netzwerkmodell weist 180 parallele Zweige auf (vgl. Bild 3.8). Die Ergebnisse des Netzwerkmodells und der 2D FEM decken sich sehr gut für kleine Exzentrizitäten. Bei sehr großen Exzentrizitäten $e \geq 0,25$ mm $\hat{=}$ $\varepsilon \geq 0,83$ ist eine zunehmende Abweichung bei größer werdenden magnetischer Durchflutung zu beobachten. Eine weitere Verfeinerung des Netzwerkmodells müsste erfolgen, um diese Differenz zu minimieren. Für die weitere Verwendung des Netzwerkmodells ist diese Abweichung akzeptabel. Für den realen Betrieb eines Proportionalantriebes sind diese hohen Exzentrizitäten auf Grund der notwendigen geringen Totzone nicht relevant (vgl. Anfang Abschnitt 3.4). Für den Vergleich ist es jedoch wichtig, die Grenzen der unterschiedlichen Modelle anhand der theoretisch maximalen Exzentrizität auszuloten.

Eine Gegenüberstellung des Netzwerkmodells mit dem linearen Modell nach Gl. (3.8) ist in Bild 3.13 zu sehen. Bis zu einer Exzentrizität von $e \leq 0,15$ mm $\hat{=}$ $\varepsilon \leq 0,5$ ist die Abweichung in einem vertretbaren

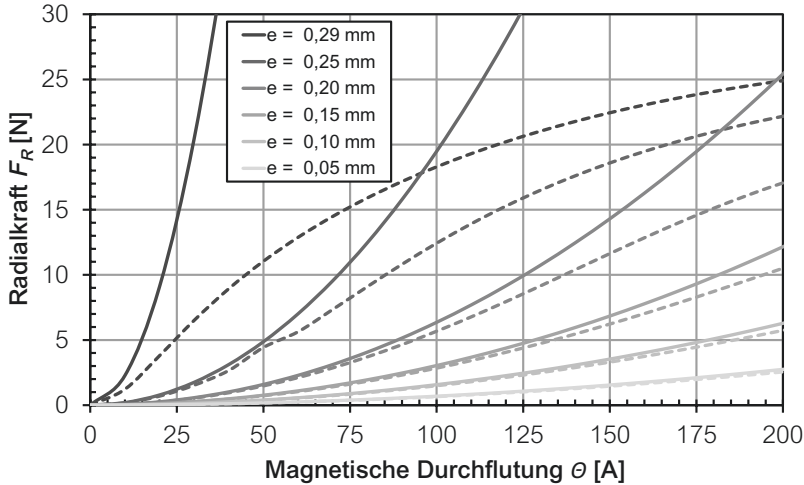


Bild 3.13: Radialkraft in Abhängigkeit von der magnetischen Durchflutung (gestrichelt = Netzwerkmodell; durchgezogen = Gl. (3.8)) ($r_1 = 4,5$ mm; $r_2 = 4,8$ mm; $l = 4$ mm)

Rahmen. Bei höheren Durchflutungen und größeren Exzentrizitäten gelten die im vorigen Kapitel getroffenen Aussagen weiterhin. Dies zeigt die Notwendigkeit bei größeren Exzentrizitäten mit einem erweiterten nichtlinearen Modell zu arbeiten. Das Netzwerkmodell ist somit eine gute und schnelle Näherung für die Kraftbestimmung, die sich in einem radialen Luftspalt in Folge einer exzentrischen Anordnung ergibt.

Die vorgestellten Modelle werden im Folgenden beispielhaft auf einen Proportionalmagneten angewendet, um eine Aussage über deren Qualität und Güte erhalten zu können. Ferner sollen die verschiedenen Berechnungsmethoden einer Messreihe gegenübergestellt und bewertet werden.

3.3 Untersuchungen an einem Proportionalmagneten

Um im linearen Bereich der Kraft-Strom-Kennlinie zu operieren und den Versuchsraum nicht zu groß zu gestalten, wurde für alle Untersuchungen ein Nennstrom von $I_{Nenn} = 1$ A festgelegt. In Bild 2.3 ist der

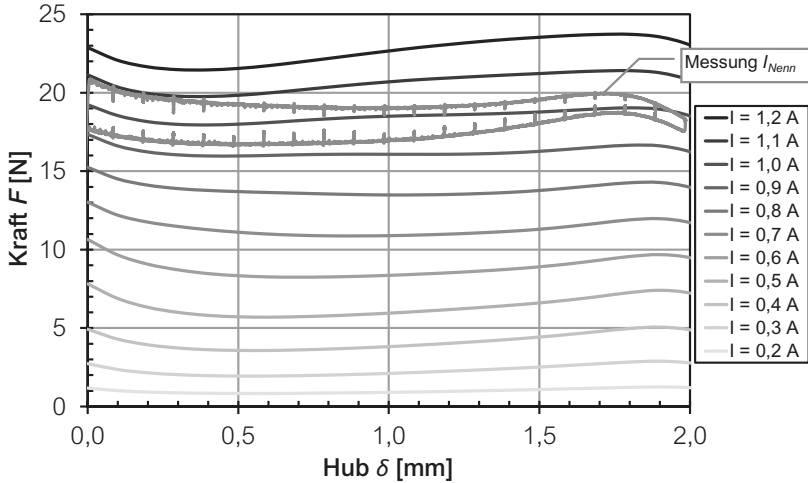


Bild 3.14: Kraft-Hub-Kennfeld des Proportionalmagneten

Proportionalmagnet im Schnitt dargestellt. Der Antrieb hat ein Kraftniveau von $\sim 18 \text{ N}$ über 2 mm Hub, dies entspricht einer mechanischen Nutzarbeit von $W_{\text{Nutz}} = 36 \text{ Nmm}$. Das mit der 2D FEM berechnete Kraft-Hub-Kennfeld ist in Bild 3.14 enthalten. Darüber hinaus ist eine Messung für den Nennstrom bei einer Exzentrizität von $e = 0,06 \text{ mm}$ dargestellt. Die Messung erfolgte mit dem in Bild 3.34 und Bild 3.35 illustrierten Prüfaufbau. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der Berechnung und der Messung. Die vertikalen Striche in der gemessenen Kennlinie sind für die Bestimmung der Hysteresenteile notwendig (vgl. Abschnitt 3.4).

Zunächst sollen die magnetischen Flussübertritte am Anker näher untersucht werden. Wie aus Bild 2.3 hervorgeht, sind am Anker zwei radiale Flussübertritte anzutreffen. Einer vom Anker auf das Polteil über den Steuerkonus, und ein weiterer zwischen Flussleitrohr und Anker. Das Fluss-/Sättigungsbild und die Definition der Übertritte zeigt Bild 3.15.

In den definierten Bereichen wird der dort herrschende magnetische Fluss Φ mit Hilfe der 2D FEM berechnet. Hierzu wird entlang den eingezeichneten Linien die magnetische Flussdichte numerisch integriert. Die ermittelten magnetischen Flüsse sind in Bild 3.16 abgebildet.

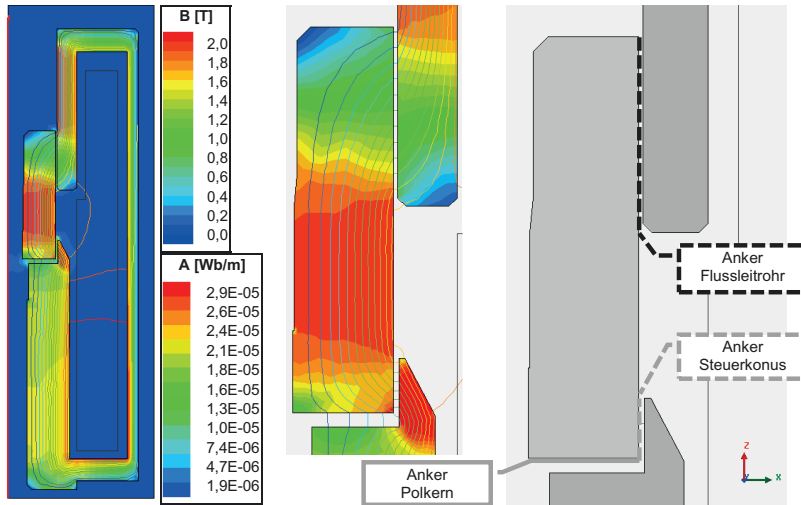


Bild 3.15: Sättigungs-/Flussbild (links); Detail Anker (Mitte);
Definition der Übertrittsbereiche am Anker (rechts);
($\delta = 0$ mm; $I_{Nenn} = 1$ A)

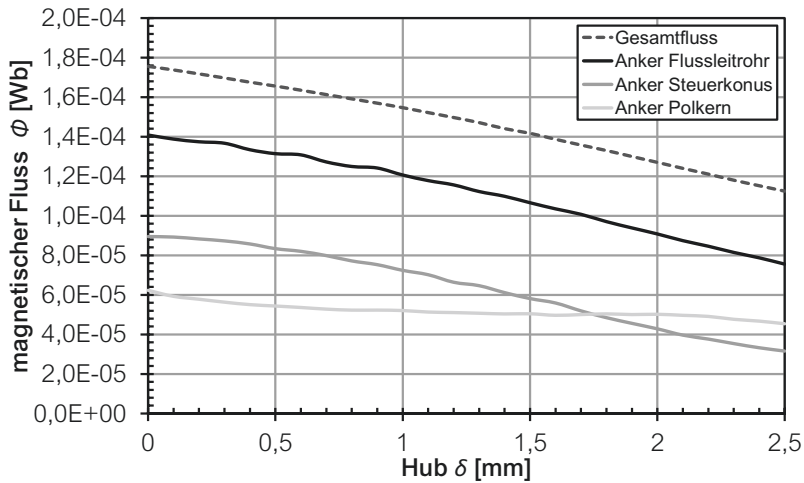


Bild 3.16: Magnetischer Fluss aus 2D FEM bei $I_{Nenn} = 1$ A

Der magnetische Gesamtfluss der Spule hat den größten Betrag. Auf Grund von Streuflüssen ist der Fluss am Flussübertritt Anker Flussleitrohr geringer. Die Flüsse im Bereich des Polteils teilen sich auf. Je näher der Anker an das Polteil kommt, um so größer wird der Fluss im Bereich des Flussübertritts Anker Steuerkonus.

Anhand des Betrages der Flüsse ist zu erwarten, dass die Radialkräfte am Flussleitrohr größer sind als im Bereich des Steuerkonus. Mit Hilfe der magnetischen Flüsse ist es möglich, das Netzwerkmodell zu verwenden. Für das Modell ist es notwendig, einen magnetischen Spannungsabfall für den radialen Übertritt zu definieren. Um die magnetischen Flüsse als Eingangsgröße zu nutzen, muss das Modell invertiert werden. Die Invertierung des Netzwerkmodells erfolgt numerisch mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Das beschriebene Verfahren ist eine Synthese aus 2D FEM und dem entwickeltem Netzwerkmodell. Die Ergebnisse werden im folgenden Abschnitt parallel zur 3D FEM Simulation veranschaulicht und verglichen.

3.3.1 Dreidimensionale Finite Elemente Methode (3D FEM)

Auf Grund der fehlenden Zylindersymmetrie bei Exzentrizitäten des zu untersuchenden Proportionalmagnet ist es nicht möglich, diese mit einem axialsymmetrischen oder planarem 2D FEM Modell abzubilden. Um die Querkräfte in Folge von der Exzentrizität des Ankers zu berechnen, ist es notwendig die dritte Dimension mit einzubeziehen. Für die 3D FEM Berechnung ist ein geeigneter Datensatz zu erzeugen, welcher z.B durch Rotation des 2D FEM Modells erzeugt oder aus einem CAD System importiert wird. Die Ergebnisse der 3D FEM bilden den realen Flussverlauf am besten ab, wiederum ist der hohe Rechenaufwand und die dafür benötigte Zeit nachteilig. Das aufbereitete 3D Modell ist in Bild 3.17 abgebildet. Der Anker ist in drei Teile gesplittet, somit ist es möglich, die Kräfte dem jeweiligen radialem Flussübertritt zuzuordnen und die entstehenden Radialkräfte können mit Hilfe des Netzwerkmodells verglichen werden.

Ein entscheidendes Kriterium bei der 3D FEM ist der Parameter n_{seg} (Bild 3.17). Er beschreibt die "Eckigkeit" des Modells, je größer n_{seg} , um so größer die Anzahl der Segmente eines Vielecks, mit der sich der realen runden Geometrie angenähert wird. Es besteht ein direkter Zusammenhang zwischen der Segmentanzahl n_{seg} , dem magnetischen Fluss Φ und der Berechnungszeit t_{ber} , wie Bild 3.18 veranschaulicht.

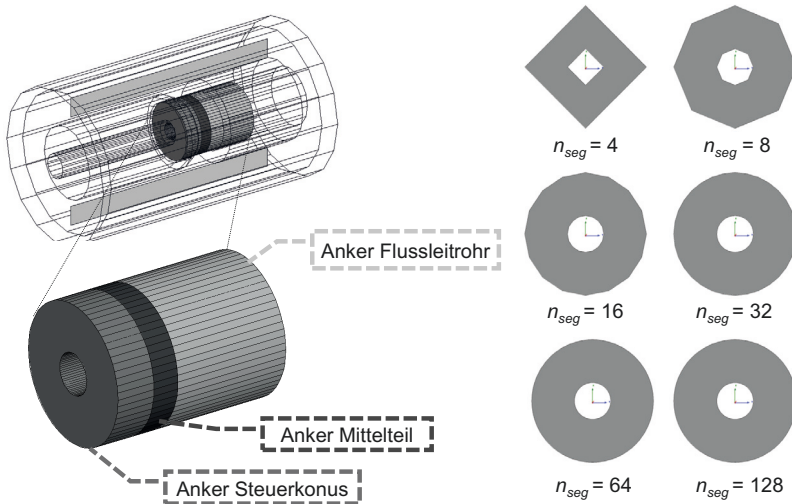


Bild 3.17: 3D FEM Modell (links) und Segmentanzahl n_{seg} (rechts)

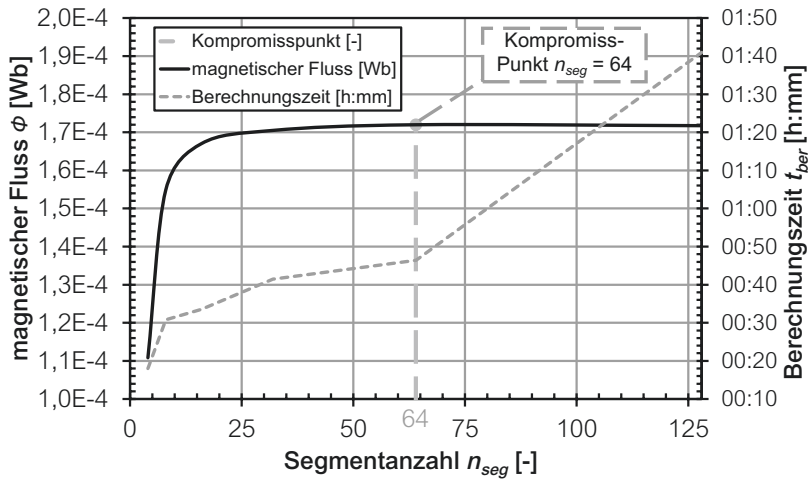


Bild 3.18: Kompromiss zwischen Segmentanzahl n_{seg} , magnetischem Fluss Φ und der Berechnungszeit t_{ber}
($e = 0$ mm; $\delta = 0$ mm; $I_{Nenn} = 1$ A)

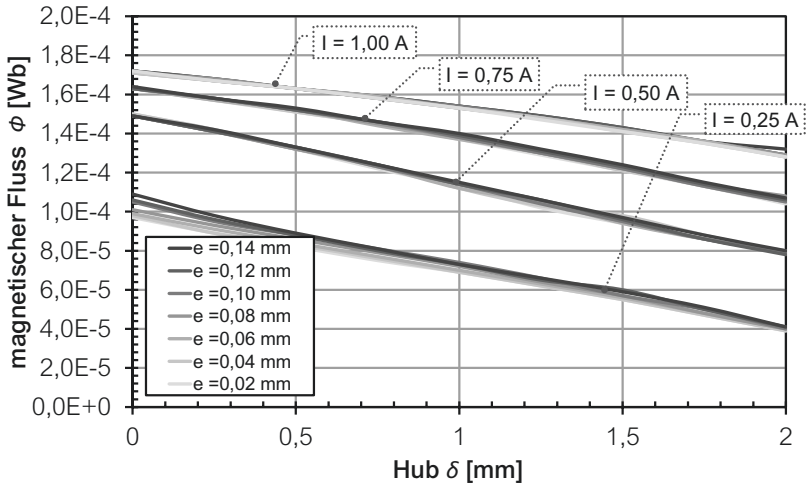


Bild 3.19: Einfluss der Exzentrizität auf den magnetischen Fluss des 3D FEM Modells bei unterschiedlicher Ansteuerung

Der magnetische Fluss Φ ist für eine Segmentanzahl von $n_{seg} \geq 64$ konvergent. Dies führt zu einer hohen Ergebnisqualität. Bei $n_{seg} = 64$ ist ein starker Anstieg der Berechnungszeit zu erkennen. Um eine hohe Ergebnisqualität und geringe Berechnungszeit zu erreichen, wird $n_{seg} = 64$ gesetzt. Die Berechnungszeit für einen Arbeitspunkt im ideal rotations-symmetrischen Zustand beträgt ca. 50 Minuten, die Berechnungszeit kann jedoch stark zunehmen bei Exzentrizität.

Für den Vergleich zwischen dem Netzwerkmodell und der 3D FEM müssen die magnetischen Flüsse übereinstimmen, sonst ist kein direkter Vergleich möglich. Darüber hinaus darf sich der magnetische Fluss nicht stark mit der Exzentrizität ändern. Dies führt sonst zu einem Fehler. In Bild 3.19 ist der magnetische Fluss für unterschiedliche Bestromungen und Exzentrizitäten in Abhängigkeit des Hubes aufgetragen.

Für kleine Ströme ergibt sich eine größere Änderung des magnetischen Flusses in Abhängigkeit der Außermittigkeit. Der zu untersuchende Bereich mit $I_{Nenn} = 1\text{ A}$ zeigt keine große Änderung des magnetischen Flusses. Ein Vergleich des magnetischen Flusses zwischen dem 2D FEM Modell und dem zentrischen 3D FEM ist in Bild 3.20 zu finden. Die bei-

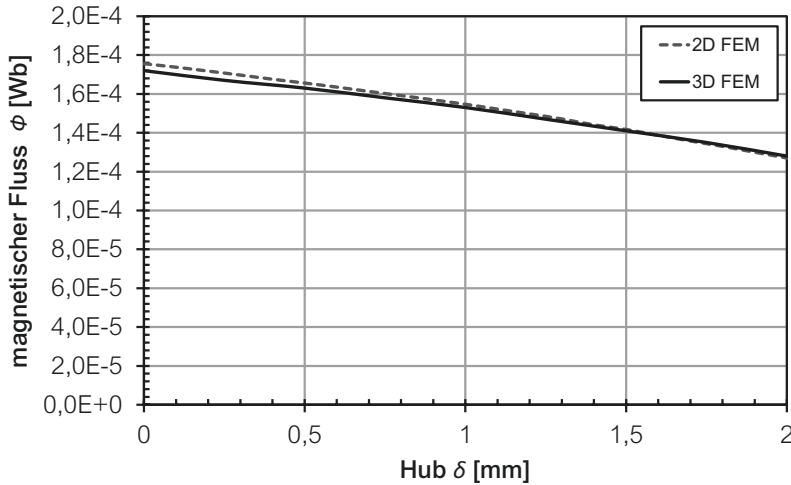


Bild 3.20: Vergleich des magnetischen Flusses in Abhängigkeit des Hubes für 3D FEM und 2D FEM

den magnetische Flüsse sind beinahe identisch. Der Vergleich ermöglicht es, Fehler bei der Modellbearbeitung aufzuspüren und die Modellqualität zu beurteilen. Auf Basis der guten Übereinstimmung sind etwaige Fehlerquellen und Diskrepanzen auszuschließen. Mit den entwickelten und aufbereiteten Modellen wird nun eine Parameterrechnung vollzogen und ausgewertet.

3.3.2 Ergebnisse

Die Radialkräfte entstehen auf Grund einer inhomogenen Feldverteilung im radialen Luftspalt. Dies ist in Bild 3.21 dargestellt (vgl. Bild 3.2/3.11). In Bild 3.21 b) ist die Sättigungsflussdichte des Flussübertritts Anker Flussleitrohr in der Draufsicht zu sehen. Mit steigender Exzentrizität verdichten sich die höheren Flussdichtewerte zunehmend im unteren Bereich des Ankers. Für einen ideal zentrisch gelagerten Anker ($e = 0$ mm) ergibt sich eine konstante Flussdichte im radialen Luftspalt. Mit zunehmender Außermittigkeit nimmt die Verschiebung der Flussdichte zu. Bei $\kappa = 0^\circ$ (Bild 3.8) ist der Luftspalt minimal, einhergehend mit dieser Tatsache ist dort die größte Sättigungsflussdichte zu finden.

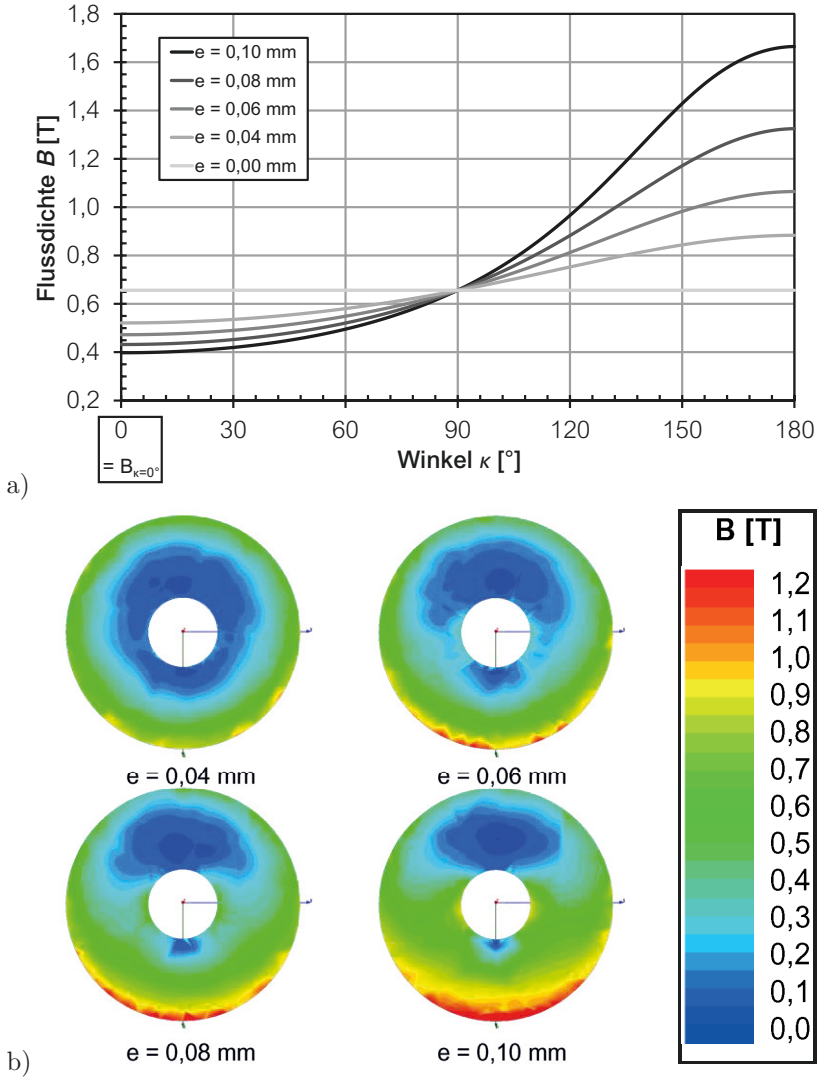


Bild 3.21: Flussdichteverteilung in Folge Exzentrizität; a) Flussdichte über dem Umfangswinkel aus Netzwerkmodell; b) Flussdichteverteilung aus 3D FEM ($\delta = 0$ mm; $I_{Nenn} = 1$ A); ($r_1 = 5,2$ mm; $r_2 = 5,4$ mm)

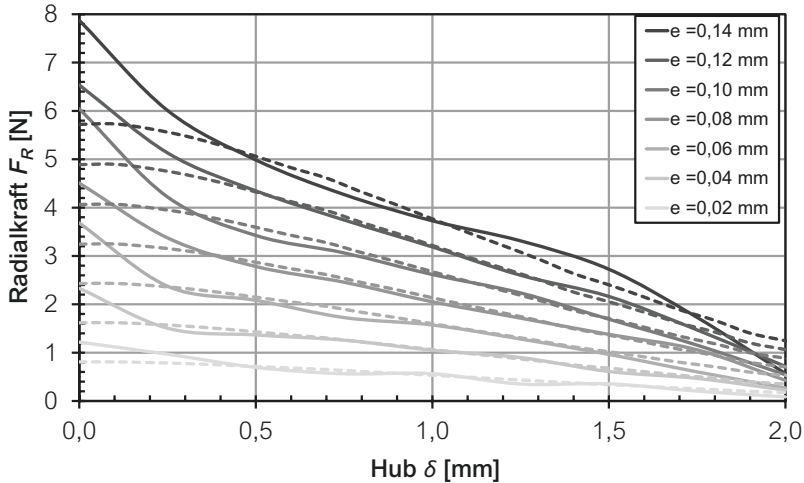


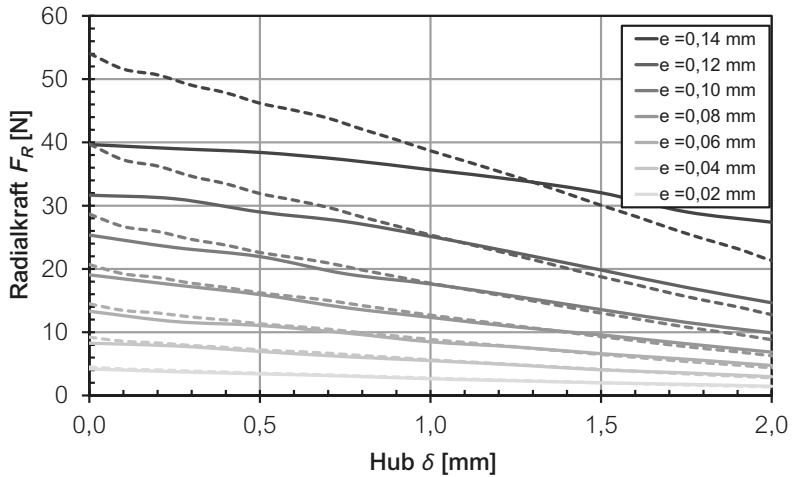
Bild 3.22: Vergleich der Radialkraft für das Netzwerkmodell (gestrichelt) und 3D FEM (durchgezogen) des Flussübertritts Anker Steuerkonus

Umgekehrt herrscht im Bereich des größten Luftspaltes die geringste Flussdichte ($\kappa = 180^\circ$). Diesen Sachverhalt stellt Bild 3.21 a) dar.

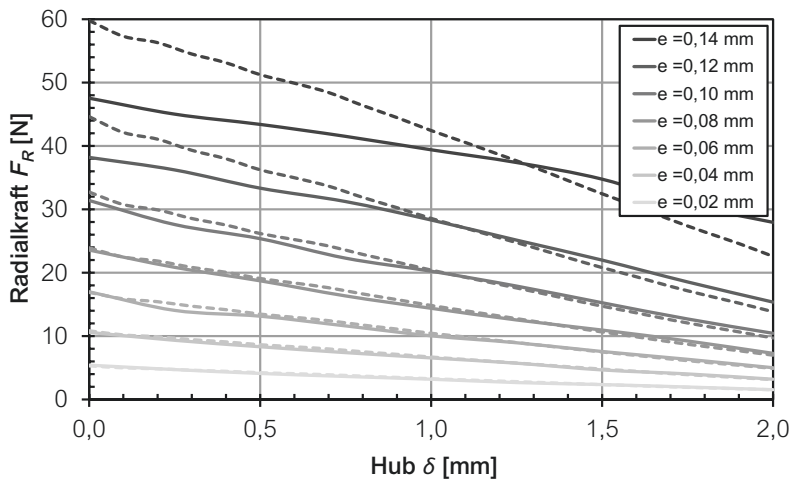
Der direkte Vergleich zwischen der Netzwerkmethode und der 3D FEM ist in Bild 3.22 - Bild 3.23 zu sehen. In allen drei Fällen nimmt die Kraft proportional mit dem Hub ab. Eine größere Exzentrizität führt zu einer größeren Radialkraft. Im Bereich des Steuerkonus ist der Fehler im mittleren Hubbereich am kleinsten, zwischen Exzentrizitätszunahme und Radialkrafterhöhung ist eine lineare Beziehung erkennbar.

Die auftretende Radialkraft in dem Flussübertritt Anker Flussleitrohr ist vier mal so groß wie in dem Flussübertritt Anker Steuerkonus. Bis zu einer Exzentrizität von $e = 0,10$ mm zeigen die Ergebnisse eine gute Übereinstimmung.

Für die Summe der Radialkraft aus den beiden Flussübertritten sind bis zu einer Exzentrizität von $e \leq 0,12$ mm beide Verläufe deckungsgleich. Der Fehler im Flussübertritt Anker Steuerkonus relativiert sich auf Grund des wesentlich höheren Kraftanteils des Flussübertritts Anker Flussleitrohr.



a)



b)

Bild 3.23: Vergleich der Radialkraft für das Netzwerkmodell (gestrichelt) und 3D FEM (durchgezogen); a) Flussübertritt Anker Flussleitrohr; b) Summe der beiden Flussübertritte (Anker Steuerkonus + Anker Flussleitrohr)

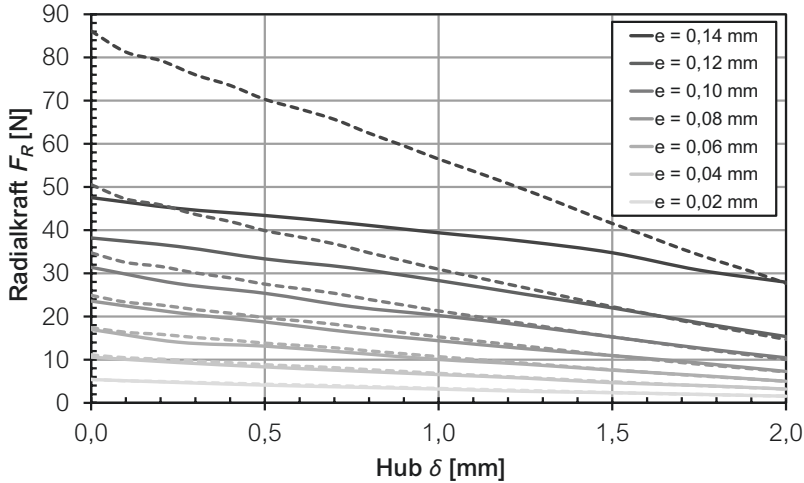


Bild 3.24: Vergleich der Radialkraft für das lineare Netzwerkmodell (gestrichelt) und 3D FEM (durchgezogen) der beiden Flussübertritte (Anker Steuerkonus + Anker Flussleitrohr)

Um den Einfluss des nichtlinearen Eisenwiderstandes zu bewerten, wird das Netzwerkmodell als lineares Modell genutzt, hierzu wird der Radius $r_3 = r_2$ gesetzt. Damit ist das nichtlineare Verhalten des Eisenwiderstandes unterdrückt. Das Ergebnis für die Summe aus beiden Radialkräften ist in Bild 3.24 dargestellt.

Bei sehr großen Exzentrizitäten zeigt sich der Einfluss des fehlenden nichtlinearen Materialverhaltens, die maximale Kraft wird durch die Sättigung nicht mehr begrenzt. Des Weiteren ist der Fehler bei Exzentrizitäten $e \geq 0,10$ mm signifikanter. Mit dem linearen Ansatz kann der untere relevante Exzentrizitätsbereich gut abgebildet werden. Auf Grund der Tatsache, dass Proportionalmagnete eine kleine Hysterese aufweisen sollen, ist die Forderung nach geringen Form-, Maß- und Lagetoleranzen eine unerlässliche Voraussetzung. Daraus kann der Anspruch an eine kleine normierte Exzentrizität abgeleitet werden. Daher ist der lineare Ansatz in den allermeisten Fällen ausreichend und genau genug.

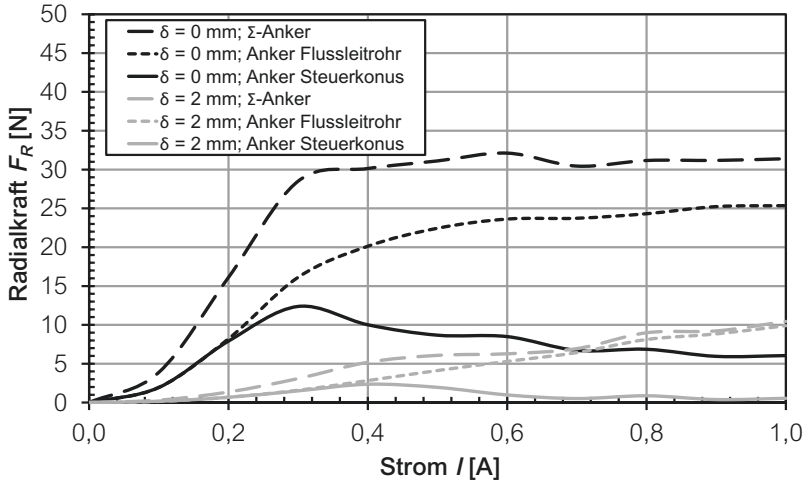


Bild 3.25: 3D FEM Radialkräfte in Abhängigkeit vom Strom ($e = 0, 10$ mm)

3.3.3 Verhalten bei kleiner Ansteuerung

Die bisherigen Untersuchungen sind für den Nennstrom $I_{Nenn} = 1$ A erfolgt. Für zwei Arbeitspunkte ($\delta = \{0 \text{ mm}, 2 \text{ mm}\}$) sollen die Radialkräfte in Abhängigkeit von der Ansteuerung berechnet werden. Die Radialkraftverläufe sind in Bild 3.25 zu sehen.

Im Bereich des Steuerkonus nimmt die Radialkraft mit zunehmendem Strom bei beiden Hubpositionen ab. Die Abnahme der Radialkraft tritt nur an dem Steuerkonus auf. In Bild 3.15 ist der Steuerkonus im Detail zu sehen, es ist zu erkennen, dass im Bereich des Steuerkonus hohe Sättigungen auftreten. In dem Steuerkonus ändert sich die Richtung des Flusses von einem radialen in einen axialen Fluss. Durch die Änderung der Flussrichtung ist die magnetische Durchtrittsfläche reduziert. Im bestehenden Netzwerkmodell wird die gemittelte Durchtrittsfläche für die Berechnung genutzt.

Um den beschriebenen Effekt besser zu verstehen, soll das bestehende Netzwerkmodell erweitert werden. Es wird nun unterschieden zwischen der Durchtrittsfläche für den radialen Luftspalt A_δ und der Durchtritts-

fläche für den Eisenwiderstand A_{Fe} . Hierzu muss Gl. (5.3) zunächst nach H aufgelöst werden:

$$H = \frac{-\alpha\gamma + \sqrt{(-\alpha\gamma + \beta B - 1)^2 + 4\alpha\beta B\gamma} + \beta B - 1}{2\beta\gamma} \quad (3.30)$$

Einsetzen von $B = \frac{\Phi}{A_{Fe}}$ in Gl. 3.30 führt zu:

$$H_{Fe} = \frac{-\alpha\gamma + \sqrt{\left(-\alpha\gamma + \frac{\beta\Phi}{A_{Fe}} - 1\right)^2 + \frac{4\alpha\beta\gamma\Phi}{A_{Fe}}} + \frac{\beta\Phi}{A_{Fe}} - 1}{2\beta\gamma}$$

Für einen Zweig des Netzwerkmodells (Bild 3.8) gilt [15]:

$$\begin{aligned} \Theta = \Theta_\delta + \Theta_{Fe} = \Phi R_\delta + l_{Fe} H_{Fe} = \Phi \frac{\delta}{A_\delta \cdot \mu_0} + l_{Fe} \\ \cdot \frac{-\alpha\gamma + \sqrt{\left(-\alpha\gamma + \frac{\beta\Phi}{A_{Fe}} - 1\right)^2 + \frac{4\alpha\beta\gamma\Phi}{A_{Fe}}} + \frac{\beta\Phi}{A_{Fe}} - 1}{2\beta\gamma}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Gl. (3.31) ist für eine Auflösung von Hand nach dem magnetischen Fluss Φ zu schwierig. Die Lösung erfolgt unter der Zuhilfenahme der Software MATHEMATICA [98] und liefert:

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{\Theta A_\delta \mu_0 (2\gamma \delta A_{Fe} + A_\delta l_{Fe} \mu_0)}{2\delta (\gamma \delta A_{Fe} + A_\delta l_{Fe} \mu_0)} \\ & + \frac{\delta A_{Fe} A_\delta l_{Fe} \mu_0 + \alpha \gamma \delta A_{Fe} A_\delta l_{Fe} \mu_0 + \alpha A_\delta^2 l_{Fe}^2 \mu_0^2}{2\beta \delta (\gamma \delta A_{Fe} + A_\delta l_{Fe} \mu_0)} \\ & - \frac{A_\delta l_{Fe} \mu_0}{2\beta \delta (\gamma \delta A_{Fe} + A_\delta l_{Fe} \mu_0)} \cdot \left((\delta + \alpha \gamma \delta)^2 A_{Fe}^2 + 2\delta A_{Fe} A_\delta \right. \\ & \cdot \left. (\beta(-1 + \alpha \gamma)\Theta + \alpha(1 + \alpha \gamma)l_{Fe}) \mu_0 + A_\delta^2 (\beta\Theta + \alpha l_{Fe})^2 \mu_0^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Das Ergebnis für eine Berechnung nach Gl. (3.32) ist in Bild 3.26 dargestellt. Das erweiterte Netzwerkmodell zeigt ein ähnliches Verhalten wie die 3D FEM Berechnung. Nach Erreichen der maximalen Kraft

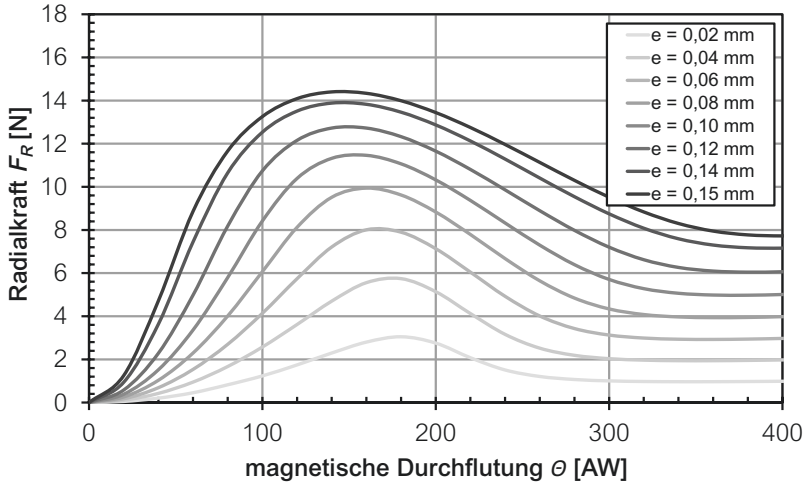


Bild 3.26: Radialkraft an dem Steuerkonus (erweitertes Netzwerkmodell;
 $\delta = 0$ mm; $r_1 = 5,2$ mm; $r_2 = 5,4$ mm; $r_3 = 6,2$ mm; $l = 2,5$ mm)

nimmt diese mit zunehmender magnetischer Erregung ab. Der Grundeffekt kann auf die Einschnürung des magnetischen Flusses im Bereich des Steuerkonus zurückgeführt werden. Die Sättigung im Bereich der Polstufe ist schon bei kleinen Strömen sehr hoch. Kommt nun in Folge der Exzentrizität eine weitere Veränderung der Sättigung an der Polstufe hinzu, so ist die Sättigungsverteilung im Bereich des Steuerkonus sehr unterschiedlich zu dem des Flussleitrohres. Das Abnehmen der Radialkraft bei steigender magnetischer Durchflutung kann mit einem sehr einfachen abstrahierten Modell erklärt werden (Bild 3.27). Ein Vierkantrohr über das eine magnetische Durchflutung angelegt wird. Die vier Pole (1-4) besitzen ein nichtlineares Materialverhalten. Wie bei der Berechnung des Netzwerkmodells ist ein konstanter magnetischer Spannungsabfall über die vier Luftspalte definiert. Es wird nur eine Verschiebung in x-Richtung zugelassen, somit entsteht keine Kraft in y-Richtung.

Zu Beginn ist die Verschiebung $\Delta x = 0$ mm, die Kräfte F_1 und F_2 heben sich gegenseitig auf. Der Vierkant erfährt keine resultierende Kraft und befindet sich im Gleichgewicht. Wird der innere Kern nun

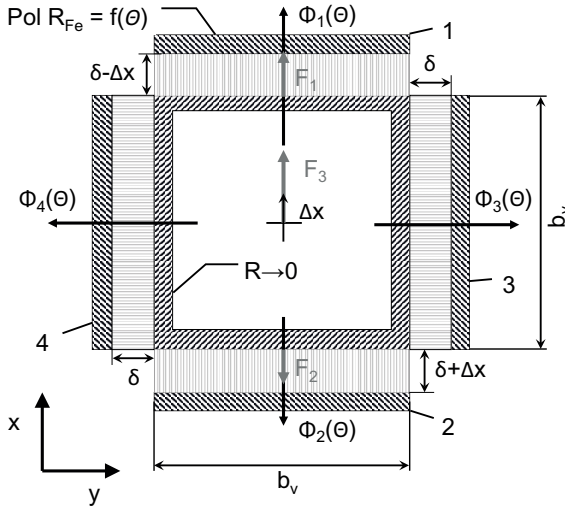


Bild 3.27: Schematischer Aufbau des Vierkantmodells

um $\Delta x = 0,05 \text{ mm}$ verschoben, so ergibt sich eine resultierende Kraft in x -Richtung. Der Sachverhalt ist in Bild 3.28 zu sehen. Wird nun die magnetische Durchflutung weiter erhöht, gerät der magnetische Pol 1 eher in Sättigung als der Pol 2. Die resultierende Kraft F_3 ergibt sich aus der Differenz der beiden Kräfte:

$$F_3 = F_1 - F_2. \quad (3.33)$$

Die Kräfte F_1 und F_2 werden mittels Gl. (2.8) berechnet und die dazu notwendige Flussdichte B wird mit Gl. (3.25) bestimmt. Den Verlauf der Kräfte zeigt Bild 3.29.

Auf Grund des nichtlinearen Materialverhaltens kommt es nach Erreichen eines Maximums zu einer Reduzierung der Kraft F_3 . Die Abnahme der Kraft ist eindeutig auf das nichtlineare Materialverhalten zurückzuführen. Bei einem linearen Materialansatz würde sich eine größer werdende Kraft F_3 ergeben, welche quadratisch mit der magnetischen Durchflutung anwachsen würde. Der Effekt kann somit nur mit Ersatzmodellen, die einen nichtlinearen Ansatz verwenden, abgebildet werden.

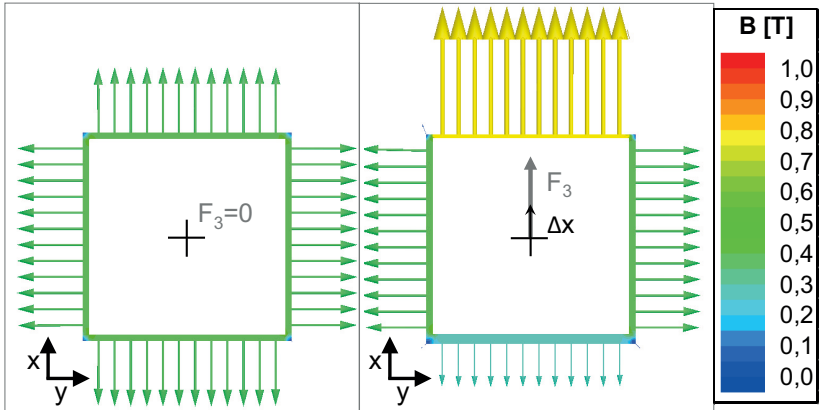


Bild 3.28: Flussvektoren/Sättigungsflussdichte des Vierkantmodells aus 3D FEM Berechnung für zentrische (links, $\Delta x = 0,00 \text{ mm}$) und exzentrische (rechts, $\Delta x = 0,15 \text{ mm}$) Anordnung; ($b_v = 9,0 \text{ mm}$; $\delta = 0,3 \text{ mm}$; $l = 4 \text{ mm}$; $\Theta = 100 \text{ A}$)

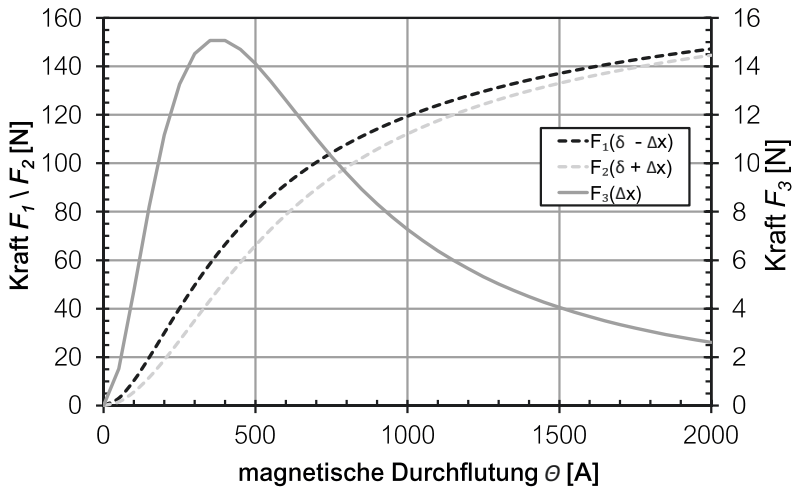


Bild 3.29: Radialkraft in Abhängigkeit der magnetischen Erregung ($\delta = 0,15 \text{ mm}$; $\Delta x = 0,05 \text{ mm}$; $\alpha = 884 \frac{\text{A}}{\text{m}}$; $\beta = 0,48 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$; $\gamma = 1,25 \times 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{A} \cdot \text{m}}$; $l_{Fe} = 100 \text{ mm}$; $A_{Fe} = 100 \text{ mm}^2$)

3.3.4 Radialarbeit

Bei den Untersuchungen konnte für den Proportionalmagneten ein Zusammenhang zwischen der theoretischen Hubarbeit W_{th} und der Radialarbeit W_{radial} festgestellt werden.

Die theoretische Hubarbeit W_{th} (für $e = 0$ mm) und die Radialarbeit W_{radial} wird wie folgt definiert:

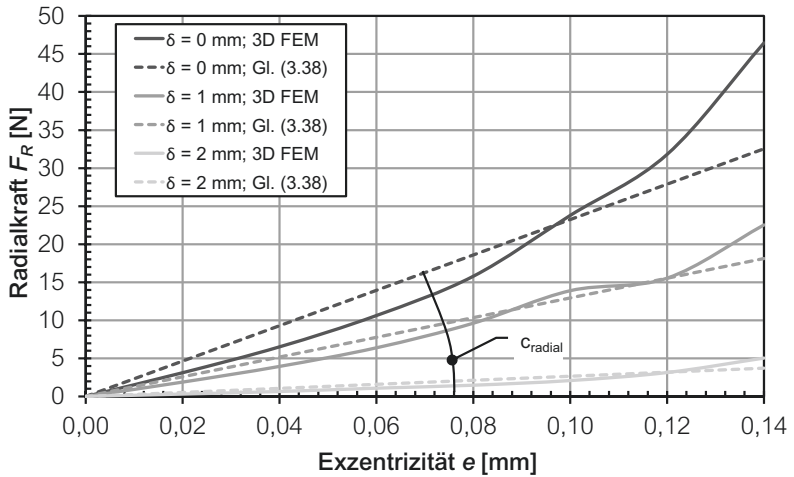
$$W_{th} = \int_{\delta}^{\delta_{max}} F(\delta) d\delta = \Delta W_m^* = \int_0^{I_0} (\Psi(I, \delta) - \Psi(I, \delta_{max})) dI, \quad (3.34)$$

$$W_{radial} = \int_0^{e_{max}} F(e) de = \Delta W_m^* = \int_0^{I_0} (\Psi(I, \delta, e_{max}) - \Psi(I, \delta)) dI, \quad (3.35)$$

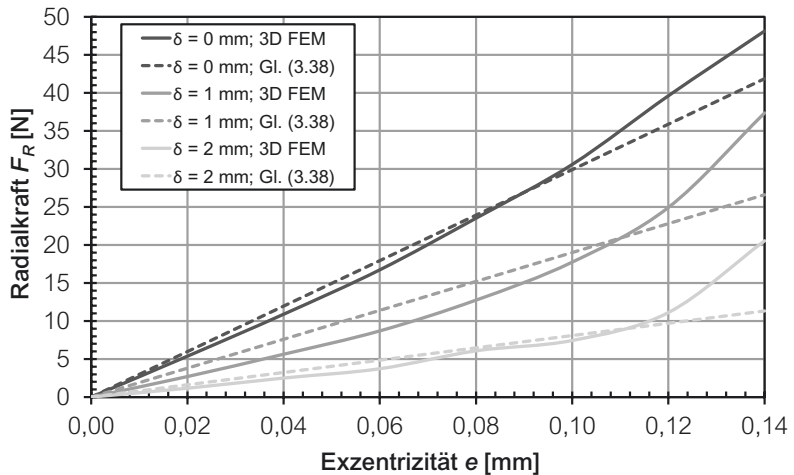
$$e_{max} = r_2 - r_1. \quad (3.36)$$

Die Radialarbeit wird bei einem konstanten Arbeitsluftspalt und einer konstanten magnetischen Durchflutung berechnet. Dies entspricht der Fläche unterhalb des Radialkraftverlaufs in Bild 3.30. Der Zusammenhang zwischen der theoretischen Hub- und Radialarbeit ist in Bild 3.31 dargestellt. Die theoretische Hubarbeit ist mit der 2D FEM berechnet, die Radialarbeit ist aus der 3D FEM Simulation entnommen. Bei konstanter Bestromung ist ein linearer Zusammenhang zwischen theoretischer Hub- und Radialarbeit zu erkennen. Ein ähnliches Ergebnis kann unter der Annahme, dass für den untersuchten Proportionalantrieb der Steuerkonus und die weichmagnetischen Anteile vernachlässigt werden können, erzielt werden. Der Proportionalantrieb ist somit auf den Arbeitsluftspalt und den radialen Luftspalt am Flussübertritt Anker Flussleitrohr reduziert. Basierend auf den Gl. (3.17) bis (3.19) ist es möglich Gl. (3.34) und (3.35) zu integrieren. Die Berechnung und numerische Integration wurde mit der Software MATHEMATICA vollzogen [98]. Das Ergebnis ist in Bild 3.32 zu sehen.

Der lineare Zusammenhang ist nur für einen sehr kleinen Arbeitsluftspalt gültig (vgl. Beschriftung Bild 3.31), tendenziell zeigt sich ein sehr deutliches nichtlineares Verhalten. Die Linearität in Bild 3.31 kann durch die Sättigung erklärt werden.



a)



b)

Bild 3.30: 3D FEM und überschlägige Berechnung nach Gl. (3.38);

a) $I = 0,25$ A; b) $I = 0,75$ A

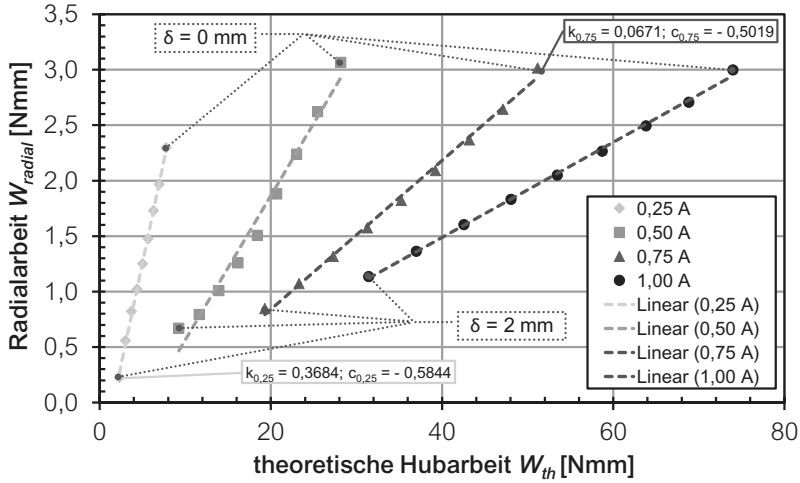


Bild 3.31: Radialarbeit in Abhängigkeit von der theoretischen Hubarbeit (gestrichelt = Regressionsgerade; Punkte = FEM Daten)

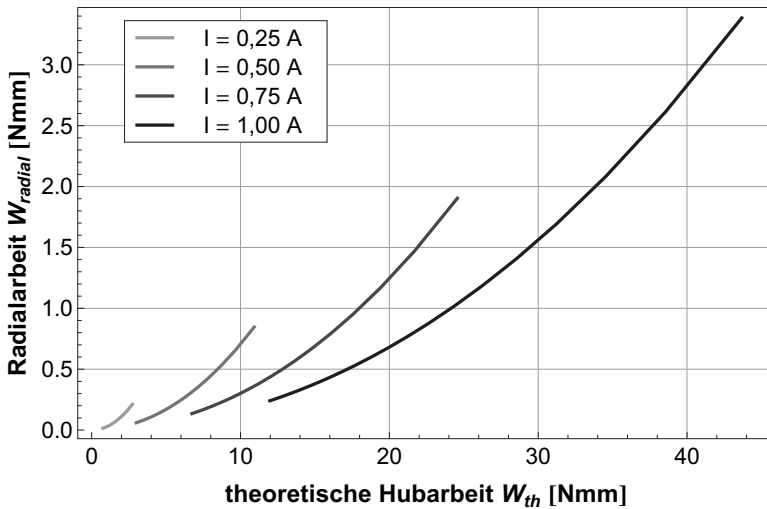


Bild 3.32: Radialarbeit in Abhängigkeit von der theoretischen Hubarbeit nach Gl. (3.17) bis (3.19)

Basierend auf den Daten in Bild 3.31, kann folgender formaler Zusammenhang für eine konstante Bestromung aufgestellt werden:

$$W_{radial} = \int_0^{e_{max}} F(e) de = W_{th} \cdot k_I + c_I. \quad (3.37)$$

Wenn der Faktor k_i und c_i zwischen der Radialarbeit und der theoretischen Hubarbeit für einen festen Stromwert bekannt ist, kann die Radialkraft mit folgendem linearem Ansatz abgeschätzt werden:

$$F_R(e) = \frac{2 \cdot W_{radial}}{e_{max}^2} \cdot e = \frac{2 \cdot (W_{th} \cdot k_I + c_I)}{e_{max}^2} \cdot e. \quad (3.38)$$

Durch die Verwendung eines linearen Ansatzes ist es zweckmäßig die radiale Steifigkeit c_{radial} zu definieren (Bild 3.30 a)):

$$c_{radial} = \frac{dF_R}{de} = \frac{F_R}{e}. \quad (3.39)$$

Gl. (3.38) kann mit Gl. (3.39) umgeschrieben werden zu:

$$F_R(e) = \frac{2 \cdot W_{radial}}{e_{max}^2} \cdot e = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot c_{radial} \cdot e_{max}^2}{e_{max}^2} \cdot e = c_{radial} \cdot e. \quad (3.40)$$

Ein Vergleich zwischen der 3D FEM Berechnung und der Berechnung nach Gl. (3.38) ist in Bild 3.30 zu sehen. Für den hiesigen Fall sind die Faktoren k_I und c_I aus Bild 3.31 entnommen. Eine überschlägige Berechnung der auftretenden Radialkraft für kennlinienbeeinflusste Magnete kann mit Gl. (3.38) erfolgen.

Der Zusammenhang zwischen der theoretischen Hub- und Radialarbeit ist nachvollziehbar. Der radiale Flussübertritt ist als zweiter Arbeitsluftspalt zu verstehen, welcher zusätzlich Radialarbeit verrichten kann. Der Zusammenhang ist für einen Proportionalantrieb in Bild 3.33 dargestellt. Die Fläche, die von der durchgehenden und gestrichelten Linie umrandet wird ($\delta = \text{konst.}$), entspricht der Radialarbeit für einen konstanten Arbeitsluftspalt δ (Bild 3.30 und Gl. (3.35)).

Um den Zusammenhang zwischen der theoretischen Hub- und Radialarbeit verallgemeinern zu können, müssen weitere Untersuchungen für

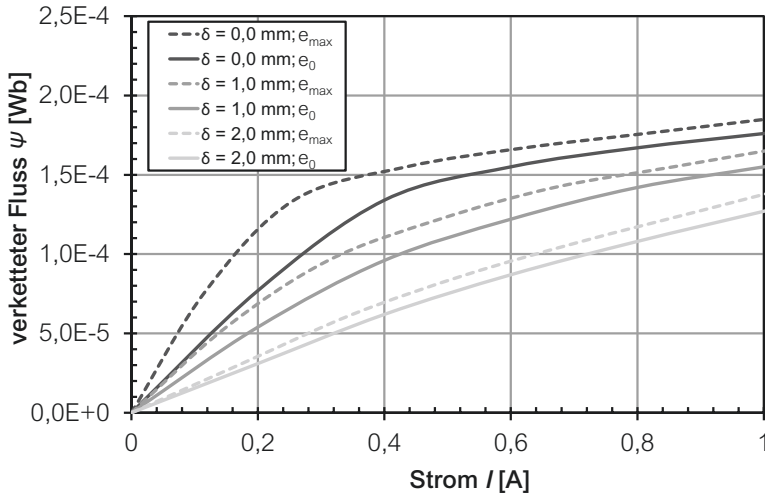


Bild 3.33: Qualitativer Verlauf des $\Psi(I, \delta, e)$ -Kennlinienfeldes für einen Proportionalantrieb (gestrichelt = maximale Exzentrizität e_{\max} ; durchgezogen = Anker zentrisch $e_0 = 0 \text{ mm}$)

unterschiedliche Proportional- und Schaltmagnete erfolgen. Zu den zu untersuchenden Parametern gehören der Bauraum, die Gestaltung der parasitären Luftspalte, die magnetische Durchflutung und die verwendeten Materialien. Ein Ansatz, auf Basis des mit der 2D FEM berechneten $\Psi(I, \delta)$ -Kennlinienfeldes, ist darüber hinaus denkbar und sollte das Ziel weiterer Untersuchungen sein.

3.4 Ermittlung von Radialkräften an realen Teilen

In [5] wurden an einem Proportionalmagneten (Nennhub 3,5 mm; Nennkraft 55 N) die Radialkraftverläufe ermittelt. Es wurden die Radialkräfte in Abhängigkeit von der Exzentrizität untersucht. Die Querkräfte wurden mit Hilfe von vier vorgespannten Kraftaufnehmern ermittelt. Für die Bestimmung der Axialkraft wurde ein weiterer Kraftaufnehmer benutzt. Die Exzentrizität wurde mittels Mikrometerschrauben einge-

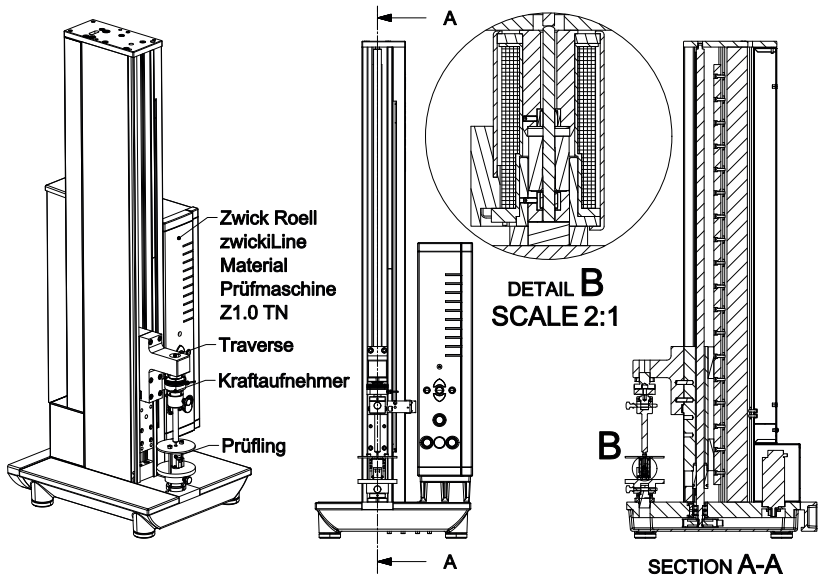


Bild 3.34: Verwendeter Prüfaufbau zur Ermittlung der Radialkräfte

stellt. Der Messaufbau, der in [5] verwendet wurde, ist sehr komplex. In [95, 99] wurde ein neuartiges Konzept zur Reibungsmessung entwickelt. Dieses kommt mit nur einem Kraftaufnehmer aus und ermöglicht es die einzelnen Hystereseanteile zu separieren. Bei der Messung wird der jeweilige Anteil der Reibungs- und magnetischen Hysteresese bestimmt. Der verwendete Prüfaufbau ist in Bild 3.34 zu sehen.

Bei dem zu untersuchenden Proportionalmagneten erfolgt die Lagerung des Ankers mittels zweier Gleitlager (Bild 2.3). Die Gleitlager bestehen aus Sinterbronze und sind mit einer PTFE-Beschichtung versehen. Um die Exzentrizität im Laufe des Versuchs zu erhöhen, wurden die Lagereinbaubohrungen schrittweise vergrößert und die darin befindlichen Lager richtungsorientiert und exzentrisch fixiert. Die Lager bestehen jeweils aus einem Gleitlager und einer weichmagnetischen Buchse, in welche diese eingepresst sind. Die konstruktiven Details der Lagerung und die Umsetzung der exzentrischen Anordnung sind in Bild 3.35 veranschaulicht.

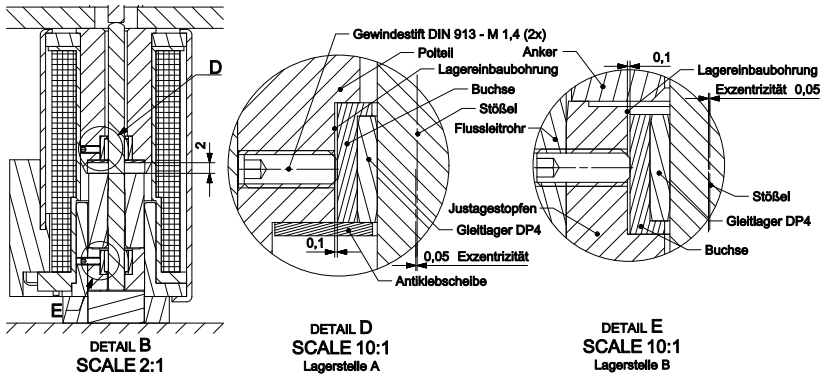


Bild 3.35: Verwendeter Prüfling mit den konstruktiven Details zur exzentrischen Fixierung des Ankers (Detail B aus Bild 3.34) ($e = 0,05 \text{ mm}$; $\delta = 2 \text{ mm}$)

Die Reibungshysterese ist in Bild 3.36 zu sehen und die magnetische Hysterese ist in Bild 3.37 dargestellt. Beide Hystereseanteile wachsen linear mit dem Hub an. Bild 3.38 zeigt die beiden gemittelten Hystereseanteile in Abhängigkeit von der Exzentrizität. Bei der Reibungshysterese ist ein linearer Zusammenhang zu erkennen, anders verhält es sich bei der magnetischen Hysterese. Sie steigt nichtlinear an. Die Exzentrizität hat demnach nicht nur einen Einfluss auf die Radialkräfte, sondern beeinflusst die magnetische Hysterese negativ. Beide Arten der Hysterese sind somit eng verknüpft. Im Umkehrschluss ist selbst bei einer Kugellagerung, die einen sehr geringen Reibwert aufweist, bei Erhöhung der Exzentrizität mit einer Zunahme der magnetischen Hysterese zu rechnen.

Alle Einzelteile des verwendeten Prüflings bestehen aus Automatenstahl, die nach der spanenden Herstellung weichgeglüht wurden. Werden andere Materialien verwendet, so ist von einem steileren Anstieg der magnetischen Hysterese über der Exzentrizität auszugehen.

Um den Effekt des nichtlinearen Anstiegs der gemittelten magnetischen Hysterese zu verstehen, wurde die Flussdichteverteilung näher betrachtet (Bild 3.21). Die Hystereseverluste steigen in erster Näherung mit dem Quadrat der größten auftretenden magnetischen Flussdichte $B_{\kappa=0^\circ}$ [100]:

$$H_{FM} \sim B_{\kappa=0^\circ}^2. \quad (3.41)$$

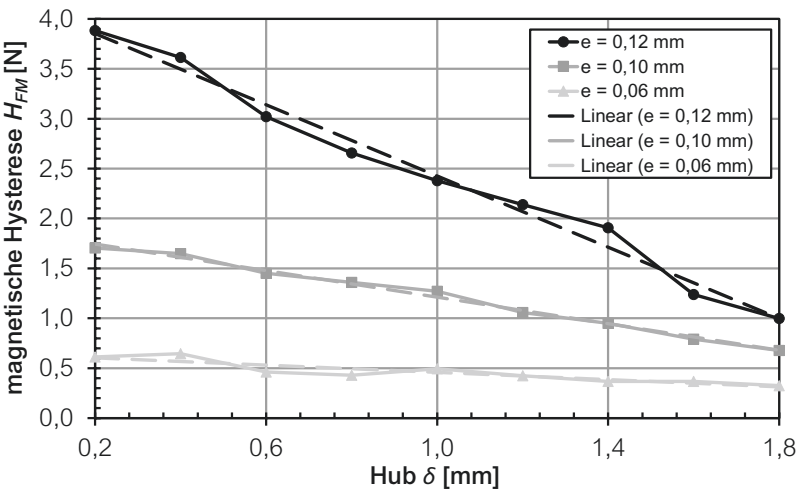


Bild 3.37: Magnetische Hysteresis für die untersuchten Exzentrizitäten (Messung $I_{Nenn} = 1$ A)

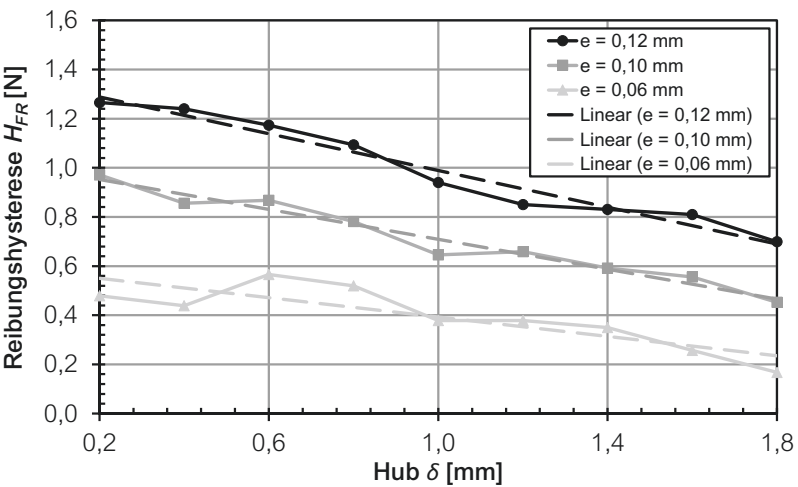


Bild 3.36: Reibungshysteresis für die untersuchten Exzentrizitäten (Messung $I_{Nenn} = 1$ A)

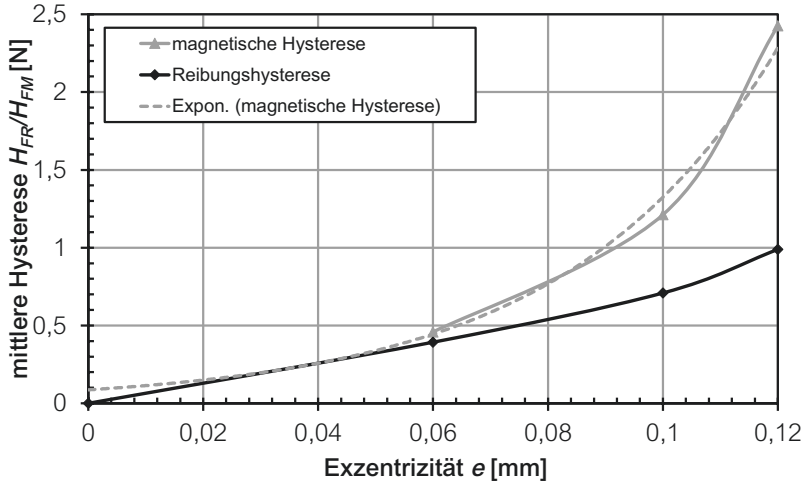


Bild 3.38: Gemittelte Hystereseanteile in Abhängigkeit von der Exzentrizität (Messung $I_{Nenn} = 1$ A)

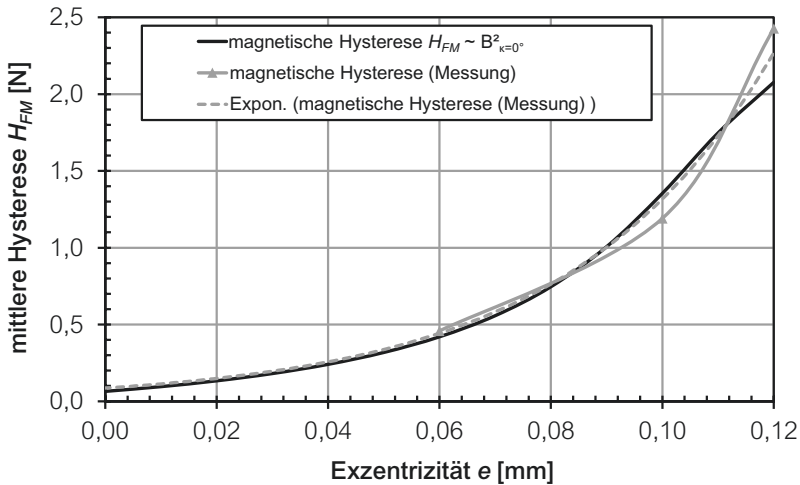


Bild 3.39: Gemittelte magnetische Hysterese in Abhängigkeit von der Exzentrizität

Wird der Hystereseverlust mit einem geeigneten Skalierungsfaktor versehen, so ergibt sich ein ähnlich progressiver Verlauf, wie der im Versuch ermittelte (Bild 3.39).

Der progressive Anstieg der Hysterese kann somit durch die Veränderung der Sättigungsverteilung in Folge der Exzentrizität begründet werden.

3.5 Vergleich zwischen Versuch und Simulation

Der Vergleich in Bild 3.40 zeigt eine gute Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Reibkräfte. Die verwendeten Lager weisen einen Reibwert von $\mu_r = 0,035$ auf [101].

Um eine Aussage zu den unterschiedlichen Berechnungsverfahren zu treffen, ist der maximale Fehler der Radialkraft bezogen auf die Messung in Bild 3.41 zu sehen. Die 3D FEM Berechnung weist für alle untersuchten Exzentrizitäten die geringste Abweichung auf. Für die linearen und nichtlinearen Modelle zeigt sich das gleiche Verhalten wie in Abschnitt 3.2. Bei größeren Exzentrizitäten nehmen die Abweichungen zu,

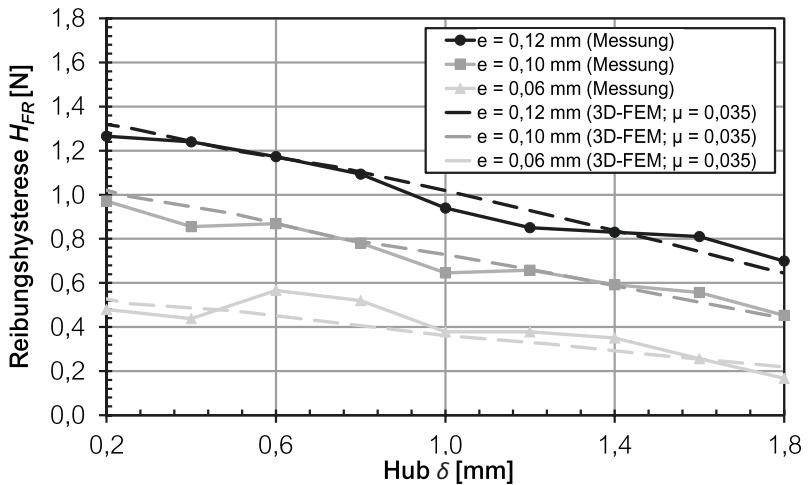


Bild 3.40: Vergleich zwischen Messung und Simulation (3D FEM) für die Reibungshysterese ($I_{Nenn} = 1$ A)

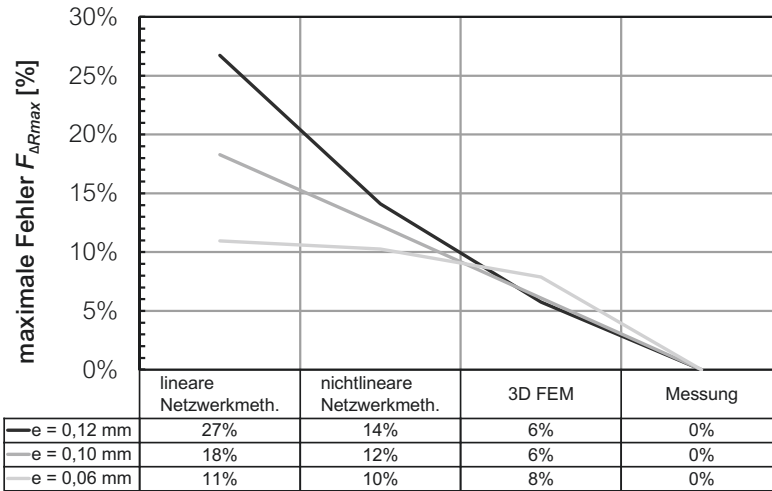


Bild 3.41: Maximale Fehler der Radialkraft $F_{\Delta Rmax}$ für die verschiedenen untersuchten Modelle

insbesondere bei der linearen Netzwerk methode. Die Berechnungszeit und der Modellierungsaufwand nehmen von links nach rechts gesehen zu. Anhand der Übersicht kann eine Abschätzung des Aufwandes und der erzielbaren Genauigkeit der verschiedenen untersuchten Modelle erfolgen.

3.6 Statik des Ankers

Bei den Messungen ist es wichtig die Lager in der vergrößerten Lager-einbaubohrung richtungsorientiert zu fixieren (vgl. Bild 3.35). Wird dies nicht beachtet kann dies zu einem systematischen Fehler führen. Der Versatz der beiden Exzentrizität hat nachweislich einen Einfluss auf die entstehenden Radialkräfte. Bei genauerer Betrachtung des Ankers und dessen Lagerung ist ein Grund für den möglichen Messfehler erkennbar. Anhand eines Freikörperdiagramms des Ankers und der angreifenden Kräfte können die Lagerreaktionen berechnet werden. Bei den angreifenden Kräften, die auf den Anker wirken, wird, wie in der Simulation zu Grunde gelegt, angenommen, dass sich dieser parallel außer mittig befindet (koaxiale Verschiebung). Es tritt keine Schiefstellung des Ankers auf.

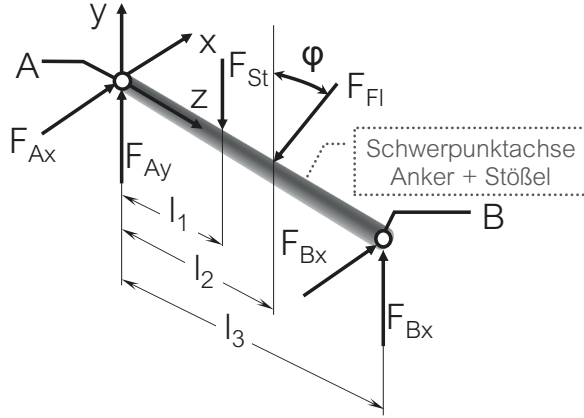


Bild 3.42: Freikörperdiagramm des Ankers (A/B = Lagerstellen;
 φ = Kraftangriffswinkel; l_1 = Kraftangriffspunkt Steuerkonus;
 l_2 = Kraftangriffspunkt Flussleitrohr; l_3 = Lagerabstand)

Beide Kräfte in Folge der Exzentrizität wirken gleich gerichtet. Um den Einfluss ungleich gerichteter Kräfte abzubilden, wird für die statische Berechnung der Richtungswinkel φ zwischen den Kräften, die an dem Steuerkonus F_{St} und dem Flussleitrohr F_{Fl} auftreten, eingeführt. Das Freikörperdiagramm des Ankers ist in Bild 3.42 zu sehen.

Herleitung anhand des Kräfte- und Momentengleichgewichts:

$$\sum F_y = 0 : F_{Ay} + F_{By} - F_{St} - F_{Fl} \cdot \cos(\varphi) = 0, \quad (3.42)$$

$$\sum F_x = 0 : F_{Ax} + F_{Bx} - F_{Fl} \cdot \sin(\varphi) = 0, \quad (3.43)$$

$$\sum M_{xA} = 0 : l_3 \cdot F_{By} - l_1 \cdot F_{St} - l_2 F_{Fl} \cdot \cos(\varphi) = 0, \quad (3.44)$$

$$\sum M_{yA} = 0 : -l_3 \cdot F_{Bx} + F_{Fl} \cdot \sin(\varphi) = 0. \quad (3.45)$$

Die Lösung ergibt sich zu:

$$F_{Bx} = \frac{l_2 F_{Fl} \cdot \sin(\varphi)}{l_3}, \quad (3.46)$$

$$F_{By} = \frac{l_1 \cdot F_{St} + l_2 F_{Fl} \cdot \cos(\varphi)}{l_3}, \quad (3.47)$$

$$F_{Ax} = F_{Fl} \cdot \sin(\varphi) - F_{Bx}, \quad (3.48)$$

$$F_{Ay} = F_{St} + F_{Fl} \cdot \cos(\varphi) - F_{By}. \quad (3.49)$$

Die Gesamtkraft in den Lagerstellen A/B kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden:

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2}, \quad (3.50)$$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2}. \quad (3.51)$$

Die Gesamtkraft F_Σ , welche für die Reibungshysterese verantwortlich ist, ist die Summe aus F_A und F_B :

$$F_\Sigma = F_A + F_B. \quad (3.52)$$

In Bild 3.43 ist die Gesamtkraft als Funktion des Winkels φ dargestellt. Bei einem Winkel von 180° tritt ein Minimum auf. Durch gezielte konstruktive Maßnahmen, welche einen um 180° versetzten Kraftangriff ermöglichen, kann die Gesamtkraft von 17 N auf 9,6 N reduziert werden. Dies entspricht einer Reduzierung von 44 % bei sonst gleichen Bedingungen (Lagerungslänge, Exzentrizität etc.). Der Winkel φ ist eine Unbekannte, die meist immer in den Vergleich zwischen Messung und Simulation eingeht. Die Statik des Ankers darf somit nicht vernachlässigt werden. Sie bietet eine Möglichkeit, mit geringem Kostenaufwand die Reibung drastisch zu reduzieren. Es ist denkbar, bei gleichbleibender Reibungshysterese, die zulässige Exzentrizität zu erweitern (\rightarrow kosten senkend) und den Kraftangriffswinkel (\rightarrow kostenneutral) einzuführen.

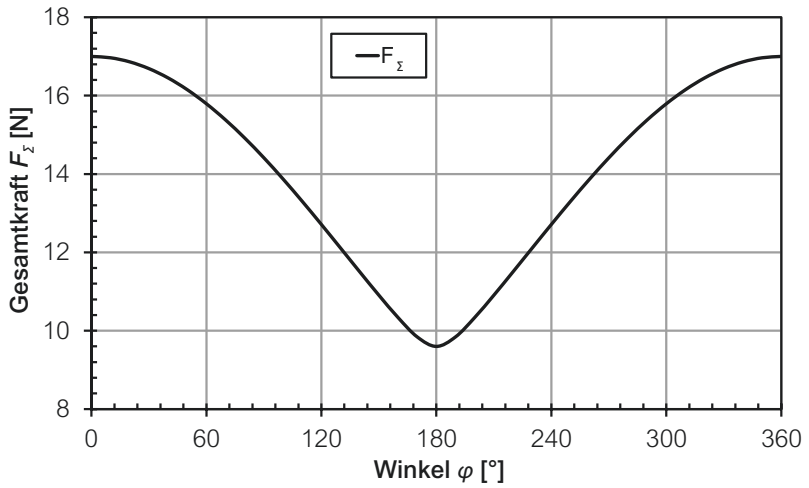


Bild 3.43: Gesamtkraft F_{Σ} in Abhängigkeit von dem Winkel φ
 ($l_1 = 3,5$ mm; $l_2 = 13,5$ mm; $l_3 = 18,5$ mm; $F_{St} = 3,3$ N;
 $F_{Fl} = 13,3$ N); (F_{St} und F_{Fl} aus 3D FEM Berechnung bei
 $\delta = 0$ mm und $e = 0,06$ mm)

3.7 Anwendungsbeispiel: Lebensdauerberechnung

Wie bereits oben erwähnt, ist die Gleitlagerung im Bereich der Proportionalantriebe weit verbreitet. Ein grundsätzliches Problem, das bei jeder Lagerauslegung ansteht, ist die Berechnung der Lagerlebensdauer. Für radiale/axiale Gleitlager ist bei der Lebensdauerberechnung das Einlaufverhalten und damit die Vergrößerung der aktiven Fläche zu berücksichtigen. Der Verschleiß ist nicht gleichmäßig über die Berührungsfläche verteilt. Der formale Zusammenhang für radiale Gleitlager ist in [96] zu finden:

$$W_v = k_v \cdot F_n \cdot s_v = \frac{b_{Lager} \cdot a_v^3}{12 \cdot r_{Lager}} \left(\frac{\psi}{1 + \psi} \right), \quad (3.53)$$

$$a_v = \sqrt{8 \cdot r_{Lager} \cdot h_v \cdot \frac{1 + \psi}{\psi}}. \quad (3.54)$$

Aus der Kombination der Gl. (3.53)-(3.54) und auflösen nach der Verschleißhöhe h_v ergibt sich:

$$h_v = \frac{3^{\frac{2}{3}} F_n^{\frac{2}{3}} k_v^{\frac{2}{3}} s_v^{\frac{2}{3}} \psi^{\frac{1}{3}}}{b_{Lager}^{\frac{2}{3}} (32 + 32\psi)^{\frac{1}{3}} r_{Lager}^{\frac{1}{3}}} \quad (3.55)$$

mit der Lagerbreite b_{Lager} , dem Radius des Lagers r_{Lager} , dem Verschleißkoeffizienten k_v , dem Gleitweg s_v , dem relativen Lagerspiel ψ und der das Lager belastenden Normalkraft F_n . Der Verschleißkoeffizient k_v ist ein werkstoffabhängiger Wert und kann z. B. im Versuch ermittelt, beim Hersteller angefragt oder der Literatur [96] entnommen werden. Das relative Lagerspiel ψ ist ein konstruktiver vorgegebener Wert und definiert sich über:

$$\psi = \frac{r_{Lager} - r_{Welle}}{r_{Welle}}. \quad (3.56)$$

Zur besseren Veranschaulichung der verwendeten Formelzeichen ist in Bild 3.44 die Skizze eines Gleitlagers zu sehen.

Problematisch bei der Auswahl und Auslegung von Lagern für Gleichstrommagneten sind die Radialkräfte. Diese verursachen einen Verschleiß

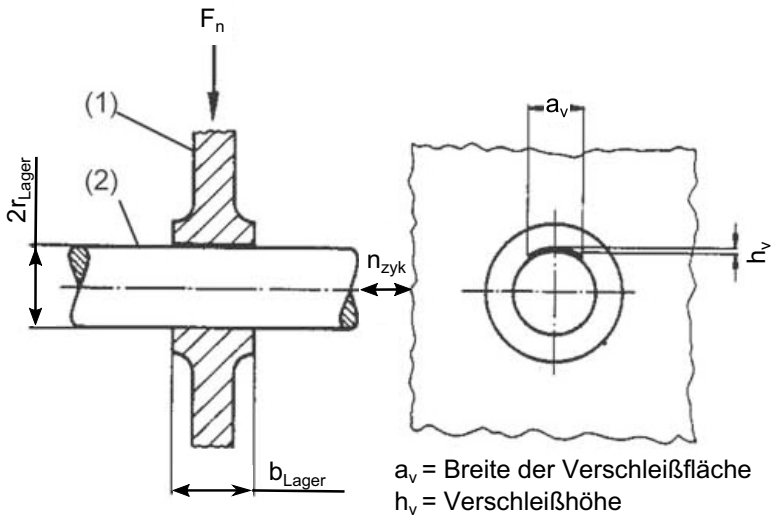


Bild 3.44: Skizze zur Erklärung der verwendeten Formelzeichen nach Gl. (3.55) (überarbeitet [96])
(1 = Lager; 2 = Welle)

des Lagers, welcher zu einer Erweiterung des Lagerspiels führt. Hierdurch kommt es zu einer Zunahme der Radialkräfte, was sich wiederum negativ auf den Verschleiß auswirkt. Die beschriebene Wirkung soll an dem untersuchten Proportionalantrieb verdeutlicht werden. Zur Vereinfachung des Sachverhaltes ist der Kraftangriff der Radialkraft F_R in die Mitte des jeweiligen Lagers verschoben. Die Belastung für ein Lager beträgt somit nur die Hälfte der auf den Anker wirkenden Radialkraft. Für die Belastung des Gleitlagers wird die Radialkraft F_R aus der 3D FEM Berechnung bei einem Hub von $\delta = 1 \text{ mm}$ (vgl. Bild 3.23 b)) verwendet. Auf Grund der Abmessungen von Welle und Lager ist von einer Exzentrizität von $e = 0,02 \text{ mm}$ auszugehen. Die Radialkraft für $e = 0,02 \text{ mm}$ beträgt $F_R = 2,8 \text{ N}$ und die radiale Steifigkeit $c_{\text{radial}} = \frac{33 \text{ N}}{0,12 \text{ mm}} = 275 \text{ N/mm}$ ($e = \{0,02 \text{ mm}; 0,14 \text{ mm}\}$). Für die konstante Lagerbelastung ergibt sich $F_n = \frac{F_R}{2} = 1,4 \text{ N}$ und bei Berücksichtigung der Kraftzunahme in Folge des Verschleißes $F_n = \frac{F_R}{2} + \frac{c_{\text{radial}}}{2} = 1,4 \text{ N} + h_v \cdot 137,5 \text{ N/mm}$. Der selbstverstärkende Effekt ist in Bild 3.45 illustriert.

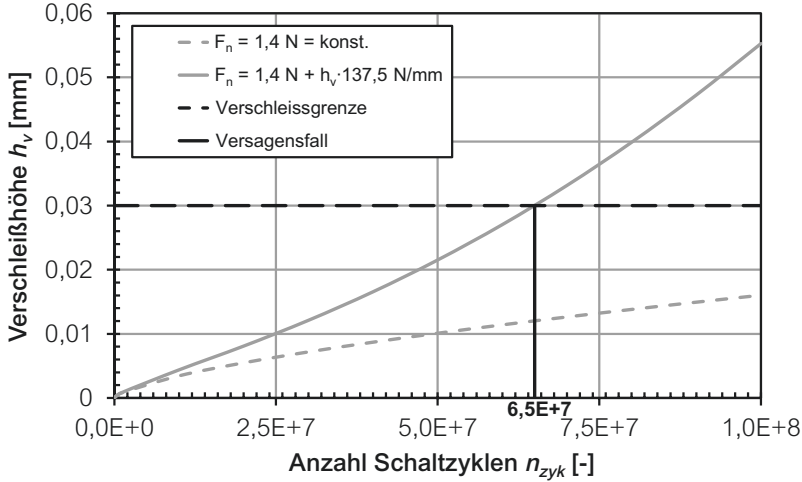


Bild 3.45: Verschleißhöhe in Abhängigkeit der Schaltzyklen

$$(b_{Lager} = 3 \text{ mm}; r_{Lager} = 1,5 \text{ mm}; s_v = 2n_{zyk} \cdot 2 \text{ mm}; \\ \psi = 1,6 \text{ \%}; k_v = 0,0000002 \text{ mm}^3/\text{Nm})$$

Für den angenommenen Einsatzzweck führt eine Verschleißhöhe $h_v > 0,03 \text{ mm}$ zu einem Funktionsausfall des Magneten (z. B. Kollision mit angrenzenden Teilen, Gleitschicht verschlissen etc.). Bei einer konstant angesetzten Kraft $F_n = 1,4 \text{ N}$ sind die ausgewählten Lagerparameter für eine Schaltzyklenzahl $n_{zyk} > 100 \text{ Mio.}$ ausreichend. Wird die Abhängigkeit der Radialkraft $F_n = 1,4 \text{ N} + h_v \cdot \frac{c_{radial}}{2} = 1,4 \text{ N} + h_v \cdot 137,5 \text{ N/mm}$ von der Exzentrizität bei der Auslegung berücksichtigt, ist mit einem Ausfall des Systems bei 65 Mio. Schaltzyklen zu rechnen. Dadurch können kritische Systemzustände eintreten, die einem Konstrukteur bewusst sein müssen. Für sicherheitsrelevante Systeme, in denen Gleichstrommagnete eingesetzt werden, sollte stets eine überschlägige Berechnung der auftretenden Radialkräfte und der radialen Steifigkeit erfolgen. Mit den ermittelten Lasten kann die Lagerlebensdauer besser bewertet werden. Bereits ein einfacher linearer Ansatz ist ausreichend und aussagekräftiger als eine als konstante angenommene Kraft.

3.8 Zusammenfassung

Für die Berechnung von Radialkräften sind für die untersuchten Geometrien die linearen Modelle vollkommen ausreichend (Abschnitt 3.2). Die simulationsgestützten Untersuchungen an dem Proportionalmagneten zeigen, dass im Bereich des Steuerkonus die Kräfte bei Erhöhung der magnetischen Durchflutung abnehmen. Der Sachverhalt konnte mit theoretischen Betrachtungen nachvollzogen werden. Bei den verwendeten Messverfahren wird stets die Gesamtkraft auf den Anker ermittelt, diese beinhaltet bereits die Kräfte aus dem Steuerkonus und dem Flussleitrohr. Es kann somit nicht eindeutig auf die Einzelkräfte zurückgeschlossen werden. Daher ist es nicht möglich, den Effekt in der Messung nachzuweisen. Die Kräfte im Bereich des Steuerkonus sind wesentlich geringer als im Bereich des Flussleitrohres. In einer ersten Betrachtung von Radialkräften an Proportionalantrieben kann daher die entstehende Radialkraft am Steuerkonus vernachlässigt werden.

Darüber hinaus konnte ein Zusammenhang zwischen der Radialarbeit und der theoretischen Hubarbeit hergestellt werden. Bei den messtechnischen Untersuchungen zeigte sich, dass die magnetische Hysterese und die Reibungshysterese von der Exzentrizität abhängen. Der stark progressive Anstieg der magnetischen Hysterese kann durch das nicht-lineare Hystereseverhalten des weichmagnetischen Materials erklärt werden. Die Kräfte im Bereich des Steuerkonus sind wesentlich geringer als im Bereich des Flussleitrohres.

Die Statik des Ankers muss bei der Berechnung von Radialkräften berücksichtigt werden. Der Einfluss einer Verdrehung oder Verkipfung, die zu einem Kraftangriffswinkel von $\varphi \neq 0^\circ$ führen, sind nicht zu vernachlässigen.

Die gewonnenen Erkenntnisse aus den 3D FEM Berechnungen sind beispielhaft für eine Lebensdauerberechnung eines Lagers verwendet worden. Die radiale Steifigkeit, die sich in Folge der Radialkraft und der Exzentrizität ergibt, kann in Kombination mit dem Lagerverschleiß zu kritischen Betriebszuständen führen.

Kapitel 4

Statistik

Um den Einfluss von Toleranzen auf die Ausgangsgröße oder das Verhalten eines elektromagnetischen Ventils zu beschreiben, wird die Statistik angewendet. Im Folgenden werden die relevanten Grundlagen im direkten Bezug zu Gleichstrommagneten erklärt. Die Statistik dient der Gewinnung, Beschreibung und Analyse von Daten [102]. Zu den wichtigsten Grundbeziehungen gehören [50, 103]:

- der zentrale Grenzwertsatz,
- das Fehlerfortpflanzungsgesetz,
- die Beziehung zwischen Toleranz und Standardabweichung.

Darüber hinaus werden die wichtigsten Grundbegriffe von Zufallsgrößen und technisch relevanten Verteilungen erläutert.

4.1 Verteilungen

Sind Eingangsgrößen wie Maße, Materialeigenschaften o. ä. mit einer Toleranz behaftet, so ist deren Verhalten über eine Verteilung mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x)$ definierbar. Die Verteilungsfunktion $F(x)$ und die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x)$ sind über eine Integration miteinander verknüpft. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der eine Größe auftritt. Über die Integration der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit den entsprechenden Randbedingungen kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, mit der z. B. ein Maß in einem bestimmten Intervall liegt. Bei den Zufallsgrößen muss zwischen diskreten und stetigen unterschieden werden. Eine diskrete Zufallsvariable besitzt endlich viele oder abzählbar unendlich viele Werte. Stetige können jeden beliebigen Wert aus einem bestimmten Intervall annehmen [104].

In Tabelle 4.1 sind die Kenngrößen für diskrete und stetige Zufallsgrößen aufgelistet. Der Erwartungswert, die Varianz, die Schiefe und die Wölbung sind die zentralen Momente der Zufallsgröße. Über diese

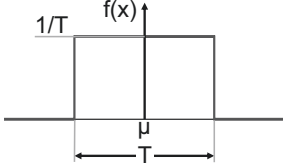
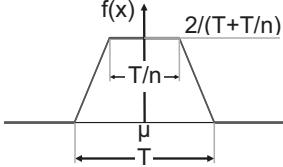
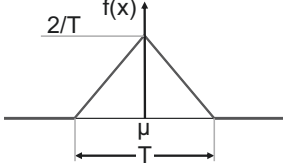
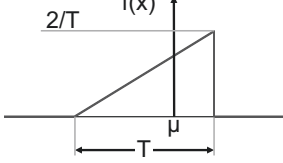
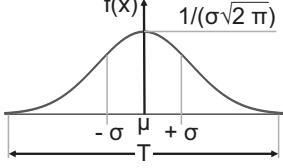
ist es möglich, zu einer diskreten Verteilung z. B. das Ergebnis einer Stichprobe, eine stetige Verteilung zu finden. Einen Auszug für die in der Technik relevanten Verteilungen enthält Tabelle 4.2.

Weitere Verteilungen wie z. B. die Weibullverteilung, die Exponentialverteilung und die Herleitung selbst definierter Verteilungen ist in [105, 106] enthalten.

Tabelle 4.1: Kenngrößen für diskrete und stetige Zufallsgrößen
[50, 107, 108]

Kenngröße	diskret	stetig
	Wahrscheinlichkeitsfunktion	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
Verteilung	$0 \leq f(x) \leq 1$	$f(x) \geq 0$
	$\sum_{i \geq 1} f(x_i) dx = 1$	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$
Verteilungsfunktion	$F(x) = \sum_{i: x_i \leq x} f(x_i)$	$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$
Erwartungswert / Mittelwert	$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i)$	$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$
Standardabweichung	σ	
Streuung / Varianz	$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 f(x_i)$	$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$
Stichproben	<p>große Stichproben:</p> $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$ <p>kleine Stichproben:</p> $\sigma^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$	-
Schiefe	$\mu_3 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3 f(x_i)$	$\mu_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^3 f(x) dx$
Wölbung	$\mu_4 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^4 f(x_i)$	$\mu_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^4 f(x) dx$

Tabelle 4.2: Übersicht verschiedener Verteilungen [103, 109]

Art der Verteilung	Varianz	Toleranz
Rechteck- verteilung 	$\sigma^2 = \frac{T^2}{12}$	$T = 2\sqrt{3}\sigma$
Trapez- verteilung 	$\sigma^2 = \frac{(1+n^2)T^2}{24n^2}$	$T = \frac{2\sqrt{6}n\sigma}{\sqrt{1+n^2}}$
Dreiecks- verteilung 	$\sigma^2 = \frac{T^2}{24}$	$T = 2\sqrt{6}\sigma$
Rampen- verteilung 	$\mu = \frac{2}{3}T$ $\sigma^2 = \frac{T^2}{18}$	$T = 3\sqrt{2}\sigma$
Normal- verteilung 	$\sigma^2 = \frac{T^2}{n^2}$	$T = n\sigma$

Eine noch zu erwähnende interessante Verteilung ist die allgemeine bzw. verallgemeinerte Lamba-Verteilung (= Generalized Lambda Distribution). Diese Verteilungsfunktion basiert auf der einparametrischen Tukey Lambda-Verteilung [110]. Die Dichtefunktion $f(x)$ und die Quantilfunktion $Q(p)$ lauten:

$$f(x) = \lambda_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_3 x^{\lambda_3-1} + \lambda_4 (1-x)^{\lambda_4-1}}, \quad (4.1)$$

$$F^{-1}(p) = Q(p) = \lambda_1 + \frac{p^{\lambda_3} - (1-p)^{\lambda_4}}{\lambda_2}. \quad (4.2)$$

Hierbei sind $0 \leq p \leq 1$ die Wahrscheinlichkeit und $\lambda_1 \dots \lambda_4$ die Anpassungsparameter. Der Vorteil der verallgemeinerten Lambda-Verteilung besteht darin, dass durch die Umkehrfunktion Gl. 4.2 aus einer Rechteckverteilung fast jede beliebige Verteilung erzeugt werden kann. Das Verfahren wird daher Inversionsmethode genannt. Es sind Verteilungen wie z.B. die Normalverteilung, Student-t-Verteilung, Exponentialverteilung, Chi-Quadrat-Verteilung, Weibull-Verteilung, logistische Verteilung etc. möglich. Eine Übersicht über die notwendigen λ -Parameter ist in [110] zu finden. Die meisten Programmiersprachen und Programmsysteme verfügen über einen Zufallsgenerator, der gleichverteilte Zahlen erzeugt. In Kombination mit der Inversionsmethode (Gl. (4.2)) können sehr viele unterschiedliche Verteilungen generiert werden.

4.2 Fehlerfortpflanzungsgesetz

Für mehrere voneinander unabhängige Eingangsgrößen x_1, x_2, \dots, x_n die über einen funktionellen Zusammenhang $g(x_1, \dots, x_n)$ verknüpft sind, gilt [50, 103, 109]:

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g(\mu_1, \dots, \mu_n)}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n S_i^2 \cdot \sigma_i^2 \quad (4.3)$$

Die partiellen Ableitungen aller Größen sind am Mittelwert $\mu_i = E(x_i)$ zu bilden. Die Bestimmung des Sensitivitätskoeffizienten $S_i = \frac{\partial g}{\partial x_i}$ erfolgt entweder auf analytischem oder bei sehr komplexen Sachverhalten auf numerischem Wege [20]. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz wird über eine Taylor-Reihenentwicklung hergeleitet. Die Terme höherer Ordnung werden dabei vernachlässigt. Es wird nur die erste Ableitung für

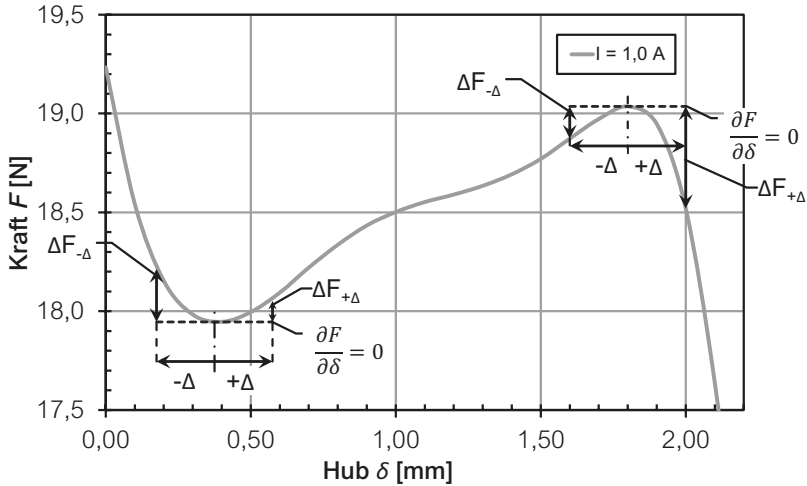


Bild 4.1: Kraft-Hub-Kennlinie mit eingezeichneter Steigung $\frac{\partial F}{\partial \delta} = 0$ für die beiden untersuchten Hubpositionen

die Näherung verwendet. Bei stark nichtlinearen funktionalen Zusammenhängen kann es notwendig sein, die Terme höherer Ordnung zu berücksichtigen. Die Funktion $g(x_1, \dots, x_n)$ muss sich aus diesem Grund genügend linear in dem zu untersuchenden Bereich verhalten. Insbesondere an Punkten, an denen die partiellen Ableitungen $\frac{\partial g}{\partial x_i} = 0$ sind, dies wären Minima, Maxima und Sattelpunkte, darf Gl. 4.3 nicht angewendet werden [111, 112, 113].

Um diesen Sachverhalt fassbarer zu gestalten, sollen die ermittelten Varianzen für den in Bild 2.3 gezeigten Proportionalantrieb untersucht werden. Die Länge des Stößels kann auf Grund von Fertigungstoleranzen und dem Fügevorgang in den Anker variieren und beträgt $\Delta = \pm 0,2$ mm. Das Kraft-Hub-Kennfeld wird hierdurch für die angeschlossene Hydraulik in Hubrichtung verschoben und führt zu einer Aufweitung der Krafttoleranz. Für die Betrachtung sind zwei Hubpositionen ausgewählt, an denen die Steigung $\frac{\partial F}{\partial \delta} = 0$ ist. Die Steigung in den Hubpositionen und die Definition der Kraftabweichung ist Bild 4.1 enthalten. Die ermittelten Abweichungen der untersuchten Hubpositionen sind in Tabelle 4.3 aufgelistet.

Tabelle 4.3: Abweichung der Kraft in den beiden Hubpositionen

δ [mm]	Bemerkung	Kraft F [N]	$\Delta F_{-\Delta}$ [N]	$\Delta F_{+\Delta}$ [N]	$\Delta F_{-\Delta}$ [%]	$\Delta F_{+\Delta}$ [%]
0,375	Minimum	17,95	+0,27	+0,11	+1,5	+0,6
1,8	Maximum	19,03	-0,18	-0,50	-1,0	-2,6

In den untersuchten Hubpositionen beträgt die Steigung $\frac{\partial F}{\partial \delta} = 0$. Die Varianz unter Nutzung von Gl. (4.3) wäre, unabhängig von der beteiligten Varianz, gleich Null. Aus Bild 4.1 und Tabelle 4.3 kann jedoch entnommen werden, dass die Abweichung ungleich Null ist. Um diesen Fehler zu umgehen, ist es notwendig, die Terme höherer Ordnung zu berücksichtigen [111, 112, 113]. Die Ermittlung der Krümmung an den lokalen Stellen mit $\frac{\partial F}{\partial \delta} = 0$ ist sehr schwierig und muss gewissenhaft durchgeführt werden. Darüber hinaus ist es wichtig zu wissen, wie das eingesetzte Programmsystem die Krümmung bestimmt. Um etwaige Fehler auf Grund von z. B. der nicht korrekten Bestimmung der Krümmung an einer Extremstelle auszuschließen, sollte eine abschließende Monte-Carlo-Simulation durchgeführt werden. Alternativ kann der Akteur mittels einer Parameterstudie untersucht werden (vgl. Abschnitt 2.3.3)

4.3 Zentraler Grenzwertsatz

Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass die Summe aus n unabhängigen Zufallsvariablen x_1, x_2, \dots, x_n normalverteilt sind. Dabei ist es irrelevant, welche Verteilung die Zufallsvariablen aufweisen [50, 103, 107, 109].

Für die Summe einer kombinierten Verteilung aus p identischen Gleichverteilungen, z. B. die Höhe h_{st} eines Stapels aus p Einzelschichten mit der Höhe h_p und Toleranz T , ergibt sich die Varianz zu:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^p \sigma_i^2 = p \frac{T_i^2}{12}. \quad (4.4)$$

Die Toleranzbreite wird mit $T = 1$ mm und $\mu = 0.5$ mm festgelegt. Die Höhe einer Schicht kann folglich Werte im Intervall $[0, 1]$ annehmen. Die Faltung der p Gleichverteilungen ist in Bild 4.2 dargestellt. Ab drei Gleichverteilungen zeigt sich bereits die charakteristische Glockenform der Normalverteilung.

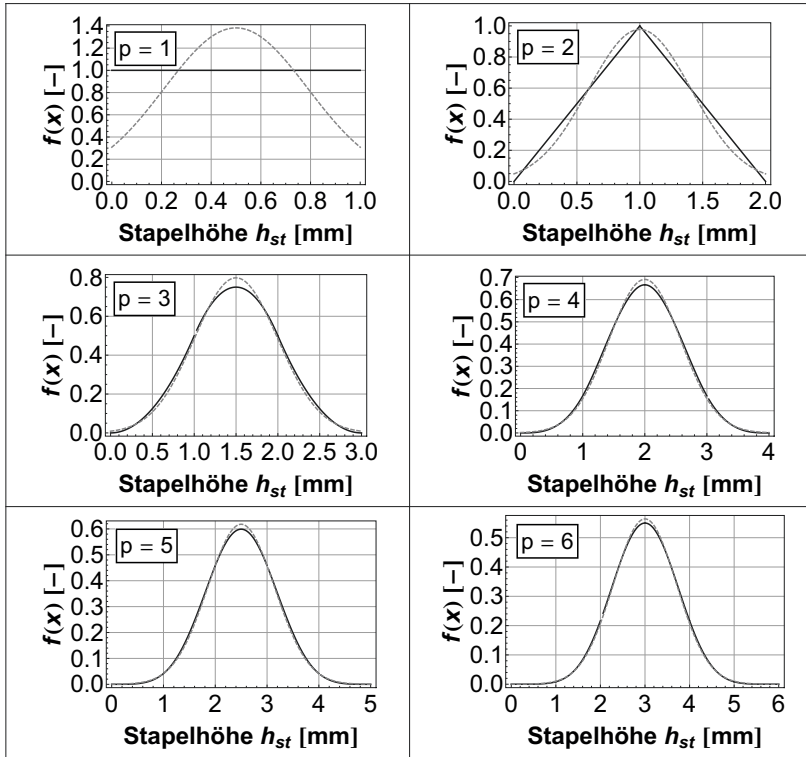


Bild 4.2: Faltung mehrerer Gleichverteilungen
 (gestrichelt = angenäherte Normalverteilung,
 schwarz = Faltung von p identischen Gleichverteilungen)

Für die angenäherte Normalverteilung kann unter Berücksichtigung der Integrationsgrenzen und der Varianz σ^2 die Wahrscheinlichkeit ermittelt werden. Die Differenz der Wahrscheinlichkeit zwischen der Normalverteilung und der Faltung von p -Gleichverteilungen ist in Bild 4.3 zu sehen. Der sich ergebende Fehler ist ab $p > 5$ verschwindend gering.

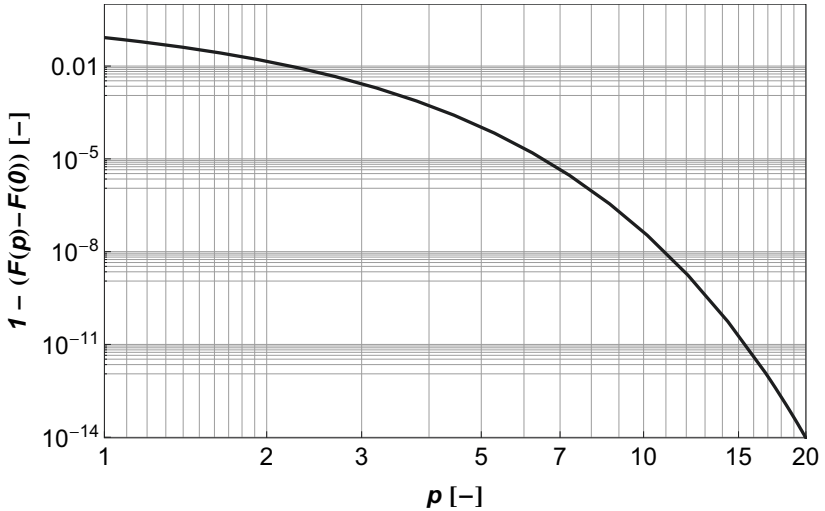


Bild 4.3: Differenz der Wahrscheinlichkeit zwischen der Normalverteilung und der Faltung von p -Gleichverteilungen

4.4 Beziehung zwischen Toleranz und Standardabweichung

Für die Beschreibung der Beziehung zwischen Toleranz und Standardabweichung wird häufig die Normalverteilung verwendet [114, 115, 116]. Der Zusammenhang zwischen der Toleranzweite und der Standardabweichung ist nach Tabelle 4.2 für die Normalverteilung über $T = n\sigma = \pm \frac{n}{2}\sigma$ definiert. Der Wert n definiert die Fläche, die von der Normalverteilung eingeschlossen ist. Die eingeschlossene Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Wert innerhalb dieser Toleranzgrenze zu finden ist. Den Zusammenhang zeigt Bild 4.4. Der Parameter n ist ein direktes Maß für das Qualitätsmanagement.

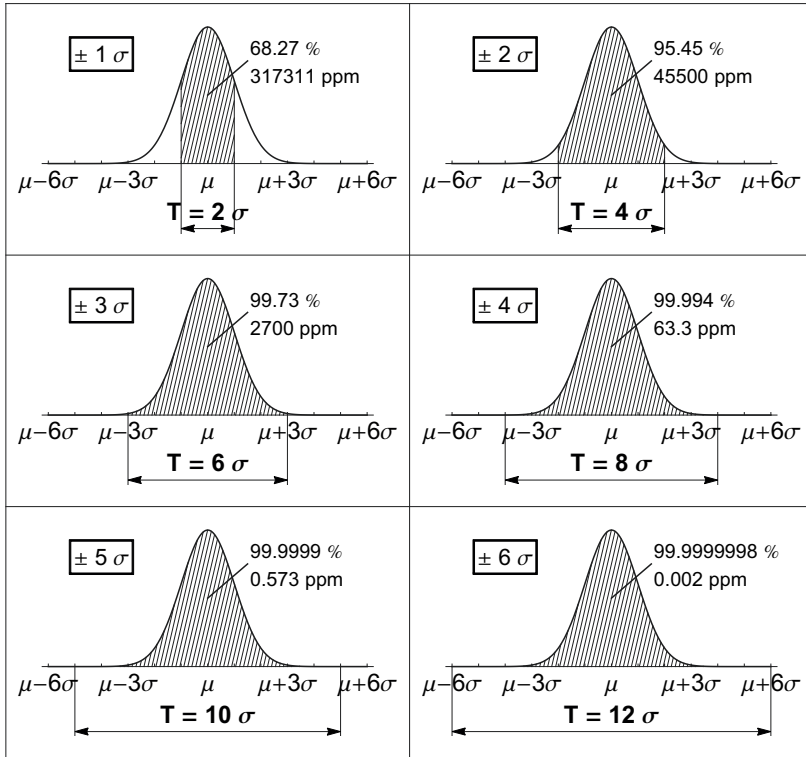


Bild 4.4: Einfluss des Parameters n auf die Toleranzspanne und die Wahrscheinlichkeit (in Anlehnung an [103])

4.5 Klassenbildung

Bei Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes Gl. (4.3) auf einen funktionalen Zusammenhang ist das Ergebnis die Varianz bzw. Standardabweichung. Diese gilt für eine stetige Verteilung, d.h. z. B. mit der Annahme, dass eine Normalverteilung zu Grunde liegt, ist es möglich, die Verteilung der Ausgangsgröße anzugeben. Ist es jedoch nötig eine stochastische Analyse durchzuführen, z. B. mit der Monte-Carlo-Methode, so ergibt sich eine Liste von Merkmalswerten. Das Merkmal kann eine Länge, eine Kraft o. ä. sein. Um an die notwendige Verteilung aus den Daten zu kommen, ist es notwendig, den Ergebnisbereich

in Klassen einzuteilen. Für die Klassenbreite b_{kl} gibt es verschiedene Ansatzfunktionen, eine geeignete ist die nach [117]:

$$b_{kl} = \frac{3,49 \cdot \sigma}{\sqrt[3]{n}}. \quad (4.5)$$

Eine weitere einfache Formel, die in der Fachliteratur oft zitiert ist, stammt aus [118]. Sie dient zur Berechnung der Klassenanzahl n_k :

$$n_k = 1 + \log_2 n = 1 + 3,32 \cdot \log_{10} n. \quad (4.6)$$

Anschließend werden die jeweiligen Werte, welche in der definierten Klasse liegen, aufsummiert. Die Darstellung der Werte erfolgt in einem Histogramm. Ein Beispiel hierfür ist in Bild 4.6 zu sehen. Anhand der Kontur des Histogramms kann eine geeignete stetige Verteilungsfunktion (z. B. aus Tabelle 4.2) zugeordnet und als Näherung verwendet werden.

4.6 Stochastische Analyse

Für die Berechnung einer Ausgangsverteilung müssen die Nominalwerte der Eingabegrößen in der Simulation durch Wahrscheinlichkeitsdichten ausgetauscht werden [20]. Des Weiteren muss eine geeignete Methode zur Berechnung gewählt werden. Unter Berücksichtigung der Eingangsvariablen und deren Verteilung soll die Ausgangsverteilung effizient ermittelt werden. Bei der Untersuchung hinsichtlich zu erwartender Streuungen eines elektromagnetischen Ventils können verschiedene Verfahren zum Einsatz kommen. Die Verfahren können grundsätzlich in zwei Arten unterteilt werden. Eine Übersicht der beiden Arten sind im Folgenden aufgelistet:

- Bildung eines mathematischen Ersatzmodells (= Fehlerfortpflanzungsgesetz) z. B. semi-analytische Sensitivitätsanalyse aus Steifigkeitsmatrix oder numerische Bestimmung der Sensitivität
- Samplingverfahren z. B. Monte-Carlo-Simulation (MCS) oder Latin Hypercube Sampling, existierendes Modell wird mit einer großen Menge von Zufallszahlen berechnet (Sampling).

Die Beschreibung der einzelnen Verfahren und deren Vor- und Nachteile sind in [20] zu finden. Im Bereich der Strukturoptimierung werden die beschriebenen Verfahren bereits erfolgreich eingesetzt. Im Folgenden wird zum einen das Fehlerfortpflanzungsgesetz und zum anderen die Monte-Carlo-Simulation genutzt. Anhand der beiden unterschiedlichen

Verfahren sollen die Unterschiede und deren Vor- und Nachteile im Bereich der elektromagnetischen Ventile untersucht werden.

4.6.1 Statistisches Verhalten eines einfachen elektromagnetischen Ventils

Durch eine gezielte Nutzung von nichtlinearen Beziehungen kann die Varianz der Ausgangsgröße minimiert werden [93]. Der Sachverhalt kann auf Grund der Nichtlinearität des weichmagnetischen Materials bei elektromagnetischen Ventilen eingesetzt werden. Ein Schaltmagnet in Topfmagnet-Bauweise (vgl. Bild 3.3 und Bild 3.5) soll eine Haltekraft von $F_{Halte} = 80\text{N}$ bei einem Arbeitsluftspalt von $\delta = 0,5\text{ mm}$ aufweisen. Die Varianz der Haltekraft für lineares und nichtlineares Materialverhalten soll verglichen werden. Die Berechnung der Flussdichte für den nichtlinearen Magnetkreis erfolgt mit den Gl. (3.25)-(3.28) und die daraus resultierenden Haltekraft über die Maxwellsche Zugkraftformel Gl. (2.8). Durch Einsetzen resultiert die Haltekraft bei nichtlinearem Materialverhalten $F_{nlHalte}$:

$$F_{nlHalte} = \frac{A(\sqrt{b^2 - 4ac} - b)^2}{8a^2\mu_0} = \frac{A\mu_0 l_{Fe}^2}{8\beta^2\delta^2\left(\frac{\gamma\delta}{\mu_0 l_{Fe}} + 1\right)^2} \left(-\alpha + \sqrt{\left(\alpha + \frac{\delta\left(\alpha\gamma + \frac{2\beta\gamma\Theta}{l_{Fe}} + 1\right)}{\mu_0 l_{Fe}} + \frac{\beta\Theta}{l_{Fe}}\right)^2} - \frac{4\beta\delta\Theta\left(\frac{\gamma\delta}{\mu_0 l_{Fe}} + 1\right)\left(\alpha\gamma + \frac{\beta\gamma\Theta}{l_{Fe}} + 1\right)}{\mu_0 l_{Fe}^2} - \frac{\delta\left(\alpha\gamma + \frac{2\beta\gamma\Theta}{l_{Fe}} + 1\right)}{\mu_0 l_{Fe}} - \frac{\beta\Theta}{l_{Fe}} \right)^2. \quad (4.7)$$

Die Varianz der Haltekraft wird mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz (Gl. (2.7)/(4.7)) und für Gl. (4.7) mit der Monte-Carlo-Simulation berechnet. Die magnetische Durchflutung ist so gewählt, dass der Magnet exakt die Vorgaben für die Nominalwerte erfüllt (Tabelle 4.4).

Tabelle 4.4: Magnetische Durchflutung Θ

A [mm ²]	lineares Materialverhalten Gl. (2.7)	nichtlineares Materialverhalten Gl. (4.7)
80	630	1200
100	564	949
120	477	813

Die Varianz der Haltekraft für das lineare Materialverhalten (nur der Luftspalt wird berücksichtigt) soll mit Gl. (2.7) untersucht werden. Bei Gl. (2.7) ist nur die Querschnittsfläche A , in dem Modell mit nichtlinearem Verhalten sind die Parameter α , β , A und l_{Fe} mit einer Verteilung versehen. Es ist für alle Eingangsgrößen eine konstante prozentuale Gleichverteilung um den Mittelwert festgelegt. Die Standardabweichungen werden über die Multiplikation des jeweiligen Nennwertes N_F mit der relativen Toleranz T_{rel} berechnet:

$$\sigma_{N_F} = \frac{T_{rel} \cdot N_F}{2\sqrt{3}}. \quad (4.8)$$

Hierbei ist der Index F durch das entsprechende Formelzeichen zu ersetzen (α , β , A oder l_{Fe}). Der Parameter T_{rel} ist für die beteiligten Eingangsgrößen als konstant angenommen.

Die Berechnung der Standardabweichung mittels Gl. (4.7) ist zu komplex um diese von Hand durchzuführen. Die Auswertung der Haltekraft für das nichtlineare Materialverhalten erfolgt mit Hilfe der Software MATHEMATICA [98]. Die Herleitung für Gl. (2.7) ist wesentlich einfacher und lautet:

$$\sigma_{F_{Halte}}^2 = \left(\frac{\partial F_{Mag}}{\partial A} \right)^2 \cdot \sigma_A^2 = \left(\frac{\Theta^2 \mu_0}{2\delta^2} \right)^2 \cdot \sigma_A^2. \quad (4.9)$$

Radizieren von Gl. (4.9) führt zu:

$$\sigma_{F_{Halte}} = \sqrt{\left(\frac{\Theta^2 \mu_0}{2\delta^2} \right)^2 \cdot \sigma_A^2}. \quad (4.10)$$

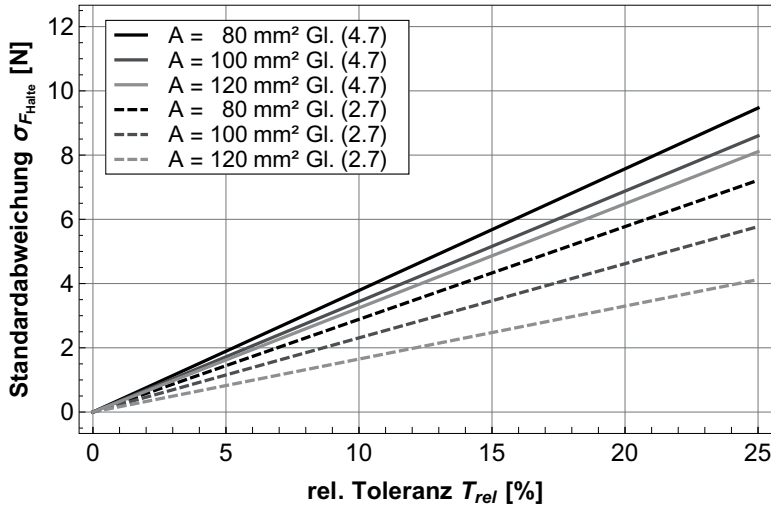


Bild 4.5: Standardabweichung in Abhängigkeit von der relativen Toleranz T_{rel} (durchgezogen = nichtlineares Materialverhalten Gl. (4.7); gestrichelt = lineares Materialverhalten Gl. (2.7))
 $(\alpha = 884 \frac{Am}{Vs}; \beta = 0,48 \frac{m^2}{Vs}; \gamma = 1,25 \times 10^{-6} \frac{Vs}{Am}; \delta = 0,5 \text{ mm}; l_{Fe} = 100 \text{ mm})$

Das Ergebnis für die Standardabweichung ist in Bild 4.5 dargestellt.

Durch die Auslegung des Magnetkreises kann die Varianz der Haltekraft beeinflusst werden. Bei dem nichtlinearen Modell und Gl. (2.7) ist die gleiche Tendenz erkennbar. Auf Grund der größeren Anzahl von beteiligten Eingangsgrößen ist die Standardabweichung für das nichtlineare Modell größer. Die Spreizung von $\sigma_{F_{Halte}}$ ist für Gl. (2.7) größer. Ein kleiner Magnetkreisquerschnitt führt bei den festgelegten Randbedingungen zu der größten Toleranz der Haltekraft. Für die Variante $A = 80 \text{ mm}^2$ und $T_{rel} = 5 \%$ ist die sich ergebende Verteilung der Haltekraft des nichtlinearen Modells in Bild 4.6 zu sehen.

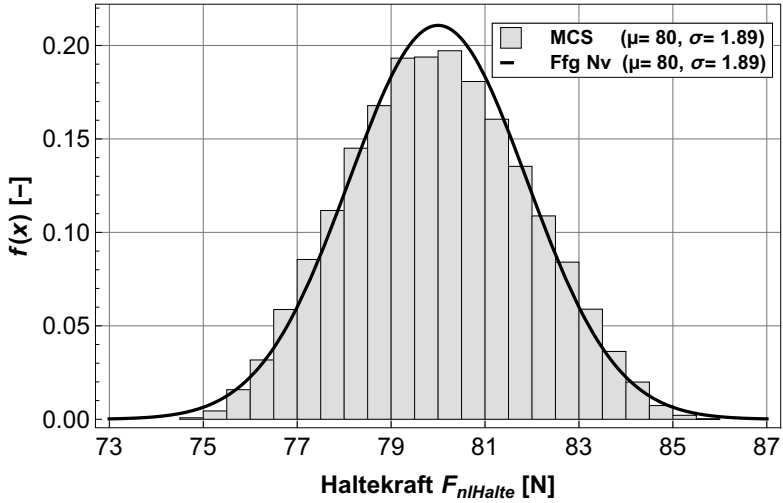


Bild 4.6: Histogramm für die Monte-Carlo-Simulation (MCS) und das Fehlerfortpflanzungsgesetz (angenommene Normalverteilung als Ausgangsverteilung)
 ($N = 60000$; $T_{rel} = 5$ %; berechnet mit Gl. (4.7))

Beide Verfahren zeigen eine gute Übereinstimmung im Ergebnis. Trotz einer nichtlinearen funktionalen Beziehung ist die sich ergebende Verteilung normalverteilt. Dieser Zusammenhang wird in [106] erwähnt. Der zentrale Grenzwertsatz kann für nicht identische Verteilungen nach der Ljapunov-Bedingung erweitert werden [119, 120]. Sind für die p -Verteilungen der Mittelwert μ_i und die Varianz σ_i^2 begrenzt, sowie das $(2 + \varepsilon)$ te Moment mit der Bedingung, dass $\varepsilon > 0$ ist, so ergibt sich eine Normalverteilung für $p \rightarrow \infty$.

Unter Berücksichtigung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes ist der erweiterte Grenzwertsatz für obiges Beispiel anwendbar. Für die Eingangsgrößen wurde die gleiche Verteilung verwendet, jedoch mit unterschiedlicher Varianz. Die Varianz wird mit dem jeweiligen Sensitivitätskoeffizienten multipliziert, so ergibt sich eine Summe aus gleichen Verteilungen mit unterschiedlichen Varianzen. Für die Rechteckverteilung ist das dritte Moment geschlossen darstellbar [102]. Die sich ergebende Normalverteilung der Haltekraft kann dadurch begründet werden.

4.6.2 Statistisches Verhalten eines segmentierten quasi radial magnetisierten Permanentmagneten

Für die Untersuchungen in Kapitel 5 ist ein Ersatzmodell eines Permanentmagneten erforderlich, der aus mehreren radial magnetisierten Segmenten besteht. Wie bereits gezeigt, kann auf Grund des Gesetzes der großen Zahl die Kombination aus mehreren Rechteckverteilungen mit einer Normalverteilung beschrieben werden. Der Permanentmagnet kann mit einer Reihenschaltung aus einer magnetischen Spannungsquelle und einem Ersatzwiderstand nachgebildet werden [1, 121]. Bei einem segmentierten Permanentmagnet sind die einzelnen Segmente, wie einzelne Spannungsquellen zu verstehen, welche parallel geschaltet sind. Die Lösung für die Ersatzspannungsquelle lautet [122]:

$$\Theta_{Ersatz} = \frac{\sum_{v=1}^n \frac{\Theta_{PMv}}{R_{PMv}}}{\sum_{v=1}^n \frac{1}{R_{PMv}}}, \quad (4.11)$$

$$R_{Ersatz} = \frac{1}{\sum_{v=1}^n \frac{1}{R_{PMv}}}. \quad (4.12)$$

Für einen hartmagnetischen Werkstoff mit linearer Entmagnetisierungskennlinie gilt nach der Zweipoltheorie [1, 121]:

$$\Theta_{PM} = H_{cB} \cdot l_d, \quad (4.13)$$

$$R_{PM} = \frac{l_d}{\mu_0 A_{PM} \left(\frac{B_R}{H_{cB} \mu_0} \right)} = \frac{H_{cB} l_d}{A_{PM} B_R}. \quad (4.14)$$

Für die Modellierung soll eine analytische Näherung für die sich ergebende Normalverteilung aufgestellt werden. Innerhalb der Berechnung müsste bei einer Ringmagnetsegmentanzahl von $n = 6$ und sechs Eingangsgrößen der Zufallszahlengenerator 36 x aufgerufen werden. Ist eine Normalverteilung mit der Ersatzverteilung für Θ_{Ersatz} und R_{Ersatz} vorhanden, sind nur zwei Aufrufe nötig. Um das entwickelte Modell zu verifizieren, wird für die jeweilige Verteilung eine Monte-Carlo-Simulation zur Überprüfung durchgeführt. Die Herleitung der Einzelvarianzen ist in Tabelle 4.5 dargestellt.

Vereinfachungen des funktionalen Zusammenhanges $g(x_1, \dots, x_n)$ im Zusammenspiel mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz können zu Fehlern

Tabelle 4.5: Varianztabelle

Bezeichnung	Variable	Funktionale Beziehung	Varianz (nach Fehlerfortpflanzungsgesetz)
Innendurchmesser	d_1	-	
Außendurchmesser	d_2	-	
mittlerer Durchmesser	d_m	$\frac{d_1+d_2}{2}$	$\sigma_{d_m}^2 = \frac{1}{4}\sigma_{d_1}^2 + \frac{1}{4}\sigma_{d_2}^2$
Breite	b	-	
Winkel	α	-	
Querschnittsfläche	A_{PM}	$\pi \frac{\alpha}{360^\circ} b d_m$	$\sigma_{A_{PM}}^2 = \left(\pi \frac{\alpha}{360^\circ} b\right)^2 \sigma_{d_m}^2 + \left(\pi \frac{1}{360^\circ} b d_m\right)^2 \sigma_{\alpha}^2 + \left(\pi \frac{\alpha}{360^\circ} d_m\right)^2 \sigma_b^2$
Länge	l_d	$\frac{d_2-d_1}{2}$	$\sigma_{l_d}^2 = \frac{1}{4}\sigma_{d_1}^2 + \frac{1}{4}\sigma_{d_2}^2$
Koerzitivfeldstärke	H_{cB}	-	
Magnetische Erregung	Θ_{PM}	$H_{cB} \cdot l_d$	$\sigma_{\Theta_{PM}}^2 = (l_d)^2 \sigma_{H_{cB}}^2 + (H_{cB})^2 \sigma_{l_d}^2$
Remanenzflussdichte	B_R	-	
Magnetischer Widerstand	R_{PM}	$\frac{H_{cB} l_d}{A_{PM} B_R}$	$\sigma_{R_{PM}}^2 = \left(\frac{l_d}{A_{PM} B_r}\right)^2 \sigma_{H_{cB}}^2 + \left(\frac{H_{cB}}{A_{PM} B_r}\right)^2 \sigma_{l_d}^2 + \left(-\frac{H_{cB} l_d}{A_{PM}^2 B_r}\right)^2 \sigma_{A_{PM}}^2 + \left(-\frac{H_{cB} l_d}{A_{PM} B_r^2}\right)^2 \sigma_{B_R}^2$

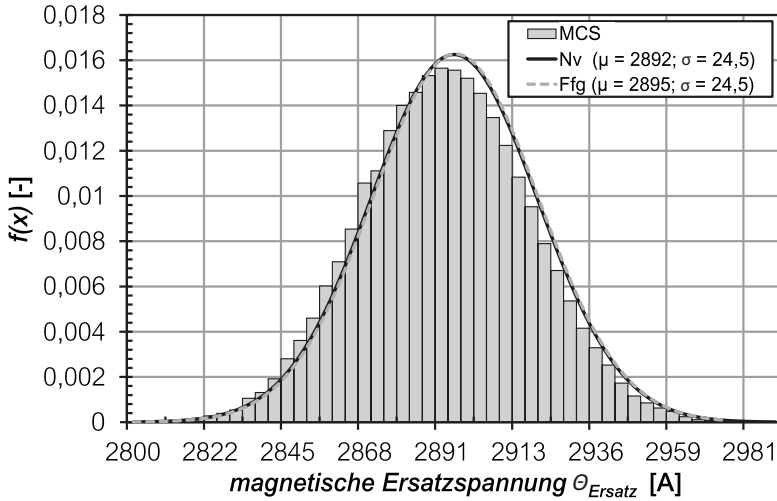


Bild 4.7: Histogramm von Θ_{Ersatz} für Monte-Carlo-Simulation ($N = 65000$), angenäherte Normalverteilung und Fehlerfortpflanzungsgesetz

in der sich ergebenden Varianz führen. Mathematische Vereinfachungen sollten daher erst nach der partiellen Ableitung durchgeführt werden.

Der verwendete Permanentmagnet besteht aus gleichen Segmenten. Somit weisen alle den gleichen nominellen magnetischen Widerstand R_{PM} auf. Die Ersatzspannung Gl. (4.11) kann aus diesem Grund weiter vereinfacht werden:

$$\Theta_{Ersatz} = \frac{\sum_{v=1}^n \frac{\Theta_{PMv}}{R_{PMv}}}{\sum_{v=1}^n \frac{1}{R_{PMv}}} = \frac{\frac{1}{R_{PM}} \sum_{v=1}^n \Theta_{PMv}}{\frac{n}{R_{PM}}} = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n \Theta_{PMv}. \quad (4.15)$$

Für die Varianz ergibt sich somit nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma^2_{\Theta_{Ersatz}} = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sum_{v=1}^n \sigma^2_{\Theta_{PM}} = \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot \sigma^2_{\Theta_{PM}} = \frac{1}{n} \cdot \sigma^2_{\Theta_{PM}}. \quad (4.16)$$

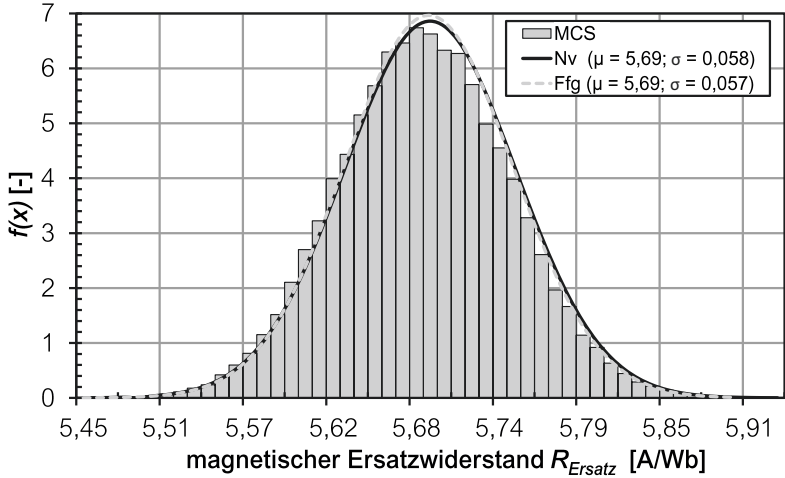


Bild 4.8: Histogramm von R_{Ersatz} für Monte-Carlo-Simulation ($N=65000$), angenäherte Normalverteilung und Fehlerfortpflanzungsgesetz

Dieses Ergebnis deckt sich sehr gut mit der entsprechenden Monte-Carlo-Simulation (Bild 4.7).

Für die Herleitung des Ersatzwiderstandes R_{Ersatz} ist folgende Ableitung näher zu betrachten:

$$g(x) = \frac{1}{\frac{1}{x} + k} \quad (4.17)$$

$$g'(x) = \frac{1}{\left(k + \frac{1}{x}\right)^2 x^2} \quad (4.18)$$

Eine beispielhafte Berechnung der partiellen Ableitung von R_{PM1} für $n = 6$ ergibt:

$$\frac{\partial R_{Ersatz}}{\partial R_1} = \frac{1}{R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right)^2} \quad (4.19)$$

Alle Einzelwiderstände besitzen den gleichen magnetischen Widerstand R_{PM} . Für die Berechnung der Varianz $\sigma^2_{R_{Erstatz}}$ und unter Berücksichtigung obiger Ableitung gilt:

$$\begin{aligned}\sigma^2_{R_{Erstatz}} &= \sum_{v=1}^n \frac{1}{R_{PM}^4 \left(\frac{n}{R_{PM}}\right)^4} \cdot \sigma^2_{R_{PM}} = \\ &= \sum_{v=1}^n \frac{1}{n^4} \cdot \sigma^2_{R_{PM}} = \frac{1}{n^4} \cdot n \cdot \sigma^2_{R_{PM}} = \frac{1}{n^3} \sigma^2_{R_{PM}}. \quad (4.20)\end{aligned}$$

Die Ergebnisse aus der Monte-Carlo-Simulation und die Verteilung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz sind in Bild 4.8 zu sehen.

4.7 Zusammenfassung

Das Fehlerfortpflanzungsgesetz zeigt sehr gute Ergebnisse im Vergleich zu der Monte-Carlo-Simulation. Der Vorteil des Fehlerfortpflanzungsgesetzes liegt vor allem in einer sehr kurzen Rechenzeit, es werden lediglich die partiellen Ableitungen benötigt. Diese können auf numerischen Weg rasch berechnet werden. Die Nichtlinearität des magnetischen Kreises hat keinen großen Einfluss auf das Ergebnis des Fehlerfortpflanzungsgesetzes. Die Ljapunov-Bedingung führt zu normalverteilten Ergebnissen, allerdings ist hier Vorsicht geboten. Bei bestimmten funktionalen Zusammenhängen (z. B. Betragsfunktion) kann die Ausgangsverteilung eine andere Form als die Normalverteilung annehmen. Des Weiteren kann die Konvergenz erst bei einer sehr großen Anzahl von Eingangsgrößen eintreten. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz versagt bei funktionalen Beziehungen, an denen die partiellen Ableitungen $\frac{\partial g}{\partial x_i} = 0$ sind, es sollte daher stets das Ergebnis einer stochastischen Analyse nachgeprüft werden. Der beste Ansatz ist, parallel beide Verfahren einzusetzen, somit werden Fehler minimiert und die Effizienz der Fehlerbeseitigung angehoben. Außerdem stellt sich die Frage, ob bei komplexeren Problemstellungen ähnliche Schlussfolgerungen gezogen werden können (z. B. Anzahl der Eingangsgrößen > 20).

Kapitel 5

Toleranzen und deren Einfluss auf die Funktion eines Linearaktors

5.1 Funktion und Modellbildung des Aktors

Es sollen an einem kennlinienbeeinflussten permanenterregten Topfmag-neten Untersuchungen hinsichtlich seines statistischen Verhaltens der Ausgangsgrößen vorgenommen werden. Der zu untersuchende Aktor wird als Linearaktor bezeichnet [123]. “Linear” bezieht sich hierbei auf einen linearen Zusammenhang zwischen dem Strom und dem Weg. Ein Polaritätswechsel der Ansteuerung führt zu einer Bewegungsumkehr des Ankers. Der Linearaktor ist bereits die zweite Generation einer in Großserie laufenden eingesetzten Baureihe. Durch den Einsatz von Seltenen Erden und konstruktiven Maßnahmen konnte eine Reduzierung des Bauraums von 20 % und eine Erhöhung der mechanischen Arbeit um 35 % realisiert werden. Ein Schnittbild des Aktors ist in Bild 5.1 zu sehen.

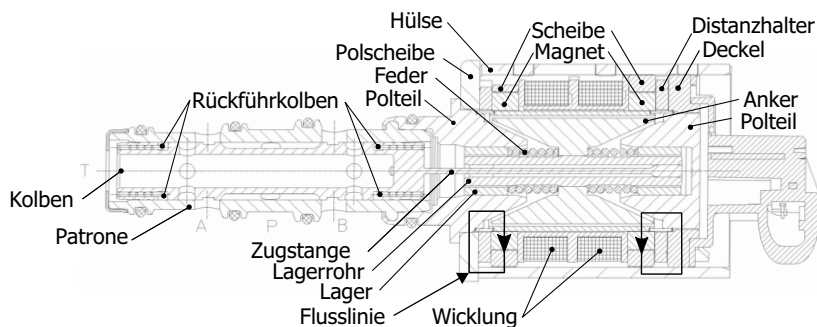


Bild 5.1: Schnittdarstellung des Linearaktors inkl. Darstellung des magnetischen Flusses im unbestromten Zustand (Vormagnetisierung durch die Permanentmagneten) (überarbeitet [124])

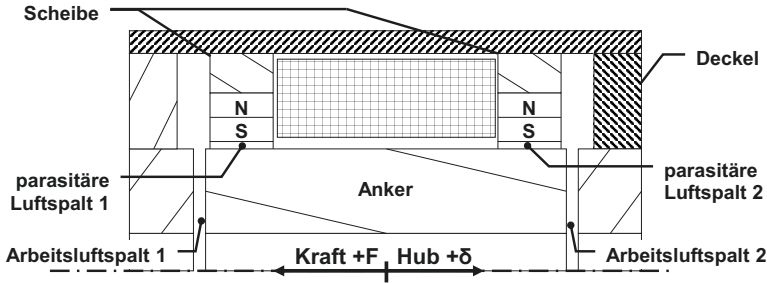


Bild 5.2: Schematische Schnittdarstellung des Linearaktors

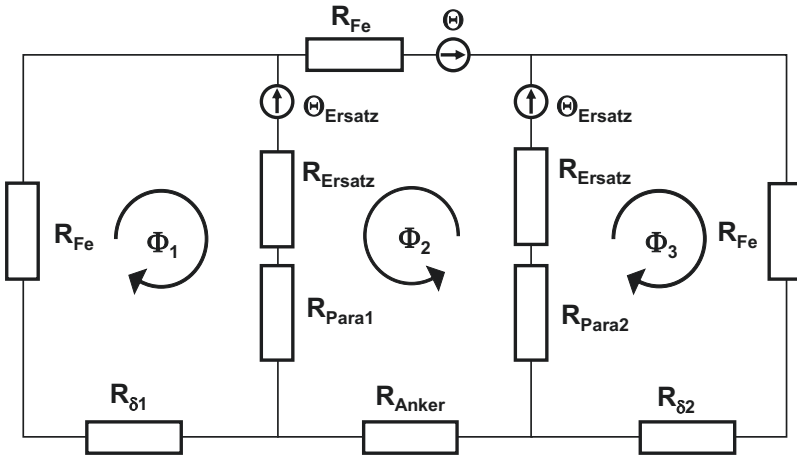


Bild 5.3: Vereinfachtes Netzwerkmodell des Linearaktors

Der Aktor besteht aus der Hydraulikeinheit, die sich aus Kolben, Patrone und Rückführkolben zusammensetzt und der Antriebseinheit. Zur besseren Verdeutlichung der Funktion ist eine schematische Schnittdarstellung des Aktors in Bild 5.2 zu sehen. Der Aktor weist zwei Permanentmagnete, zwei Arbeitsluftspalte und zwei parasitäre Luftspalte auf. Das entsprechende vereinfachte Netzwerkmodell ist in Bild 5.3 dargestellt.

Bei der magnetischen Grundstruktur handelt es sich um einen polarisierten Kreis, der aus drei einzelnen Maschen besteht. Mit der Spulenerregung Θ wird der magnetische Fluss in den Arbeitsluftspalten gesteuert, hieraus resultiert eine Kraft, die auf den Anker wirkt. Der Aktor erzeugt infolge der Vormagnetisierung der Permanentmagneten im unbestromten Zustand eine Kraft. Diese führt zu einer magnetischen Federsteifigkeit $c_{\Theta=0} = \frac{dF}{d\delta} < 0$ im Kraft-Hub-Kennfeld. Der Antrieb arbeitet nicht als bistabiler Antrieb. Dies wäre der Fall, wenn dieser in den Endlagen eine stabile Position ohne Bestromung einnehmen würde, d.h. der Anker wäre unkontrollierbar zwischen den Endanschlägen, Voraussetzung hierfür ist eine effektive Steifigkeit $c_{eff} < 0$.

Im Linearaktor sind zusätzliche Federn verbaut, die eine mechanische Federsteifigkeit $c_{Feder} = \frac{dF_{Feder}}{d\delta}$ erzeugen (Bild 5.1). Die mechanische Federsteifigkeit ist stets positiv. Für die Steifigkeiten gilt folgender Zusammenhang:

$$c_{eff} = c_{\Theta=0} + c_{Feder}. \quad (5.1)$$

In Bild 5.4 sind die einzelnen Steifigkeiten und das Zusammenwirken aller dargestellt. Für einen stabilen Arbeitspunkt muss stets eine effektive Steifigkeit $c_{eff} > 0$ vorhanden sein.

Die Bestromung der Spule erzeugt eine zusätzliche Kraft, vereinfacht betrachtet führt die Kraft in Folge $\Theta \neq 0$ zu einer parallelen Verschiebung der effektiven Steifigkeit in Kraft-Richtung. Der dabei entstehende Kraftüberschuss des Aktors wirkt auf die angeschlossene Hydraulik. Die angeschlossene Hydraulik arbeitet als Druckregler auf Grund der Rückführkolben und erzeugt einen hydraulischen Druck, der proportional zu dem Kraftüberschuss ist. Die hydraulische Funktionsweise kann als Kraft-Hub-Kennlinie vereinfacht dargestellt werden. Dies illustriert Bild 5.5. Das Zusammenspiel aus Aktor und Hydraulik führt zu einer Druck-Strom-Kennlinie. Eine negative Bestromung $-\Theta$ erzeugt am Arbeitsanschluss A den hydraulischen Druck p_A und eine positive Bestromung $+\Theta$ führt am Arbeitsanschluss B zu dem hydraulischen Druck p_B (Bild 5.1). Der Schnittpunkt der Kennlinie des bestromten Aktors mit der Kennlinie der Hydraulik ergibt die hydraulischen Drücke p_A und p_B .

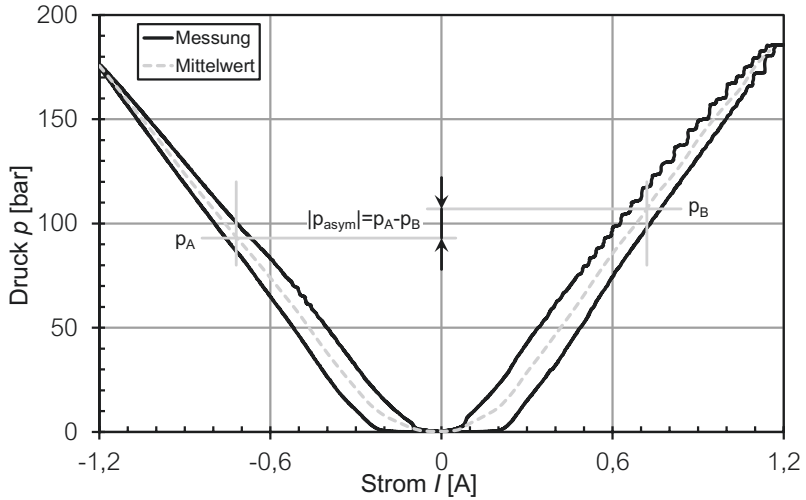


Bild 5.6: Druck-Strom-Kennlinie eines vermessenen Aktors (Variante C vgl. hierzu Tabelle 5.1)

Aus der Vielzahl der Schnittpunkte in Folge der Änderung der Bestromung resultiert die p-I-Kennlinie. Die gemessene p-I-Kennlinie eines Aktors ist in Bild 5.6 zu sehen.

Ein Gütekriterium für die Qualität des Aktors ist die Symmetrie der beiden sich ergebenden Drücke p_A und p_B . Zur Bewertung wird die Druckdifferenz p_{asym} der beiden Werte verwendet:

$$p_{asym} = p_A - p_B. \quad (5.2)$$

Die Anforderung an die Symmetrie ist aus der Anwendung abgeleitet. Die Symmetrie wird durch eine Justage der Kraft F_0 und Anpassung der effektiven Steifigkeit im Herstellungsprozess erreicht. Zur Charakterisierung und Auswertung müssen einige Arbeitspunkte definiert werden. Die Definition der Arbeitspunkte ist in Bild 5.7 enthalten.

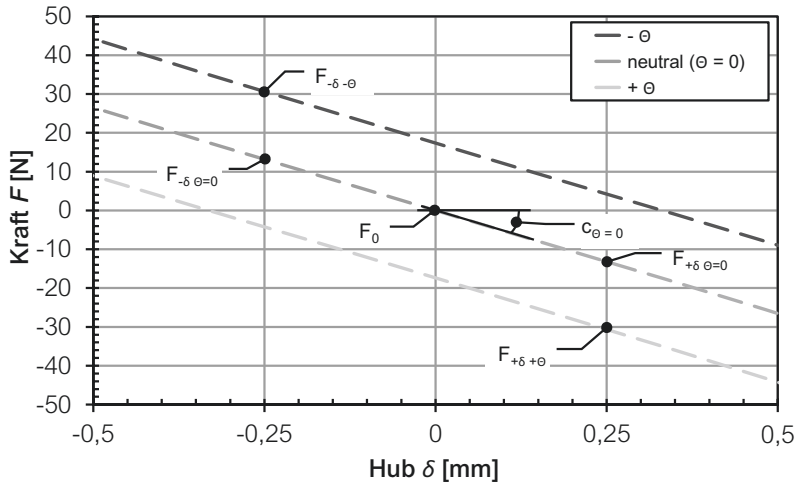


Bild 5.7: Kraft-Hub-Kennfeld des Aktors zur Definition der Arbeitspunkte

5.2 Untersuchungen an dem Linearaktor

An dem Linearaktor soll der Einfluss von Änderungen der verwendeten weichmagnetischen Materialien und der Einfluss aller toleranzbehafteten Eingangsgrößen auf das statistische Verhalten der Ausgangsgrößen analysiert werden. Zusätzlich soll mit den ermittelten statistischen Kennwerten aus der Simulation eine Bewertung unterschiedlicher Justageprozesse durchgeführt werden. Die Untersuchungen werden mit dem Programmsystem SESAM durchgeführt [13].

Die verwendeten Materialien für die unterschiedlichen Varianten sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Die Varianten dienen zur Vereinfachung und besseren Darstellung der komplexen Fragestellung. Es soll schrittweise eine Materialumstellung an den Bauteilen Scheibe und Deckel stattfinden (Bild 5.2). Vor Einführung dieser Umstellung sollen die Auswirkungen der Änderungen simulativ bewertet werden. Das vorgesehene Ersatzmaterial ist ein Sintermaterial. Sinterteile weisen einen komplexen Herstellungsprozess auf [125], zu den bisher aufgezählten Einflüssen auf das weichmagnetische Verhalten, kommt bei diesem Materialtyp die Dichte hinzu.

Tabelle 5.1: Verwendete Materialien für die unterschiedlichen Varianten der Bauteile Scheibe und Deckel (vgl. Bild 5.1/5.2)
 (* = Materialdichte wird variiert)

Bauteil	Variante A	Variante B	Variante C
Scheibe	1.0715	Sint-D00*	Sint-D00*
Deckel	1.0715	1.0715	Sint-D00*

5.3 Dichteschwankungen des Sintermaterials

Die Dichteschwankung von gesinterten Werkstoffen ist in DIN 30910-4 [126] über die Porosität in Klassen eingeteilt. Die mögliche Dichteschwankung von Sint-D00 darf entsprechend der Norm zwischen 6,8 - 7,2 kg/dm³ liegen. Mit der Dichteschwankung geht eine Veränderung der weichmagnetischen Eigenschaften einher. Zu diesem Thema sind in der Fachliteratur nicht viele Veröffentlichungen zu finden. Es wird meist nur auf magnetische Eckwerte wie z. B. die Sättigungsinduktion, die maximale Permeabilität und die Koerzitivfeldstärke eingegangen. B(H)-Kennlinien für unterschiedliche Dichten sind nur in [84, 85] zu finden. Auf Grund dieser Tatsache wurden die in [85] enthaltenen B(H)-Kennlinien des Sintermaterials für die weiteren Untersuchungen verwendet.

Die Dichte steht bei Sintermaterialien in direkter Verbindung mit dessen weichmagnetischen Eigenschaften. Je geringer die Dichte desto mehr Hohlräume sind innerhalb des Gefüges. Somit werden die weichmagnetischen Eigenschaften des Reineisens geschert. Die Messwerte werden mit folgender Funktion approximiert[15](vgl. Gl. (3.25)-(3.28)):

$$B = H_{Fe} \left(\frac{1}{\alpha + \beta \cdot H_{Fe}} + \gamma \right). \quad (5.3)$$

Die geeigneten Parameter für die jeweilige Dichte werden mit Hilfe der Levenberg-Marquardt-Methode bestimmt [127]. Um die Schwankung der Dichte in der Simulation zu berücksichtigen, ist es hilfreich, sich die ermittelten Materialkoeffizienten in Abhängigkeit von der Dichte aufzutragen (Bild 5.8). Für den vorliegenden Fall wurde eine lineare Regression für die drei Koeffizienten (α , β , γ) gewählt. Die dabei auf-

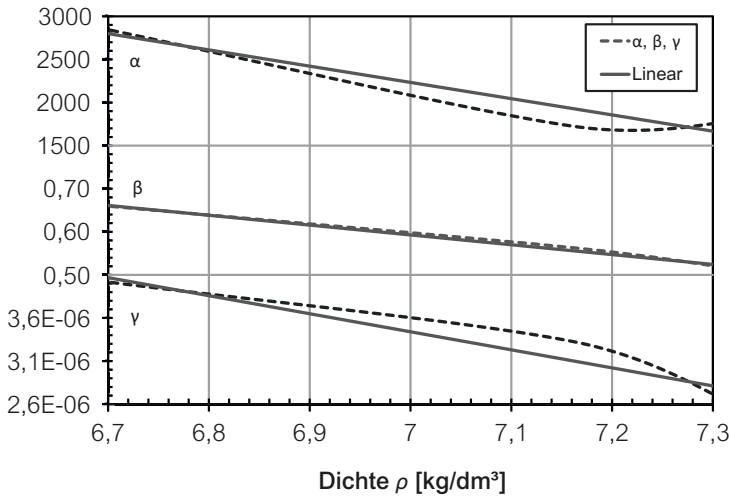


Bild 5.8: Materialkoeffizienten (α , β , γ) in Abhängigkeit von der Dichte

tretenden Abweichungen sind sehr gering und in einem vertretbaren Rahmen, wie Bild 5.9 zeigt. Die Dichteschwankung des Sintermaterials kann eine direkte Auswirkung auf die Symmetrie des Aktors haben. Es ist somit notwendig, das gezeigte Materialverhalten in die Simulationsumgebung SESAM zu implementieren [13]. Einen Vergleich der interpolierten, zu den in SESAM implementierten Materialdaten, ist in Bild 5.10 zu sehen. Die Implementierung der Materialdaten führt zu einer Abweichung, die vor allem für die kleinste Dichte am größten ist. Die erreichte Genauigkeit ist sehr gut, die maximale Abweichung beträgt 3 %, sie ist eine gute Basis für das weitere Vorgehen. Das hier gezeigte grundsätzliche Vorgehen kann für andere Sachverhalte in analoger Weise angewendet werden. Bei mehrdimensionalen Untersuchungen ist die Einfachheit des Materialmodells sehr hilfreich, um z. B. den Einfluss des Kohlenstoffgehalts oder eines Glühprozesses zu berücksichtigen. In bestimmten Fällen kann es notwendig sein, die Ansatzfunktion für das Material zu ändern, in den meisten Fällen ist Gl. (5.3) ausreichend.

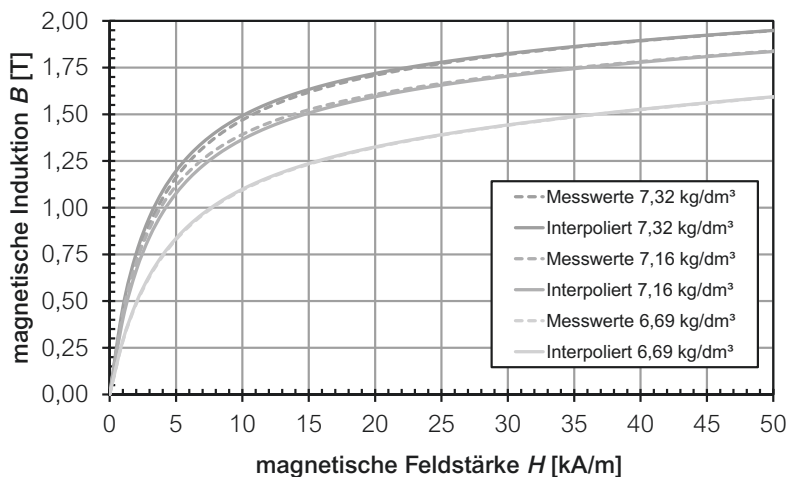


Bild 5.9: Vergleich zwischen Messung und den interpolierten Daten [84, 85]

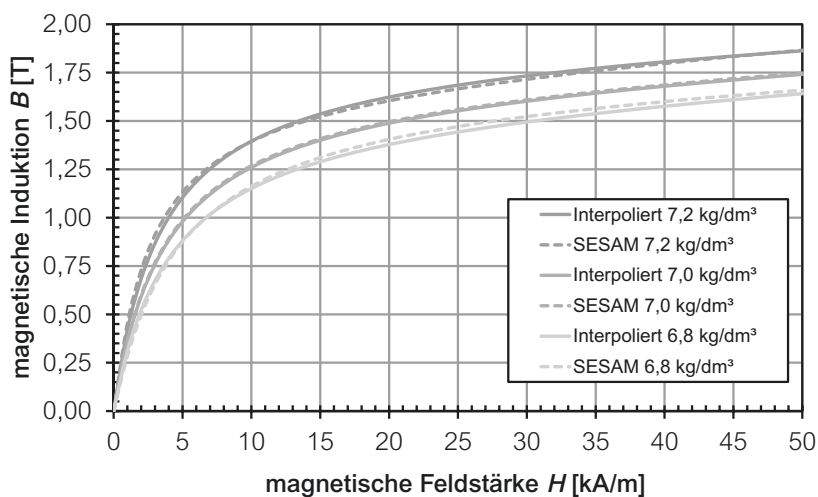


Bild 5.10: Vergleich der interpolierten und in SESAM [13] implementierten Materialdaten

5.4 Verifizierung des Netzwerkmodells

Das Netzwerkmodell wurde mit Hilfe der 2D FEM erstellt. Es musste dabei ein Kompromiss zwischen der Anzahl der Netzwerkelemente und der Güte der Ergebnisse gefunden werden. Das verwendete Modell besteht aus rund 60 Elementen. Bei der Erstellung des Modells ist auf einen direkten Bezug zu den Fertigungszeichnungen (Toleranzen) geachtet worden. Das Netzwerkmodell ist in Bild 5.12 dargestellt. Für die Verifizierung des erstellten Netzwerkmodells sind in Bild 5.11 die berechneten Kraft-Hub-Kennfelder aus Netzwerkmethode und 2D FEM direkt verglichen.

Bei sehr kleinen Arbeitsluftspaltlängen nimmt auf Grund der Sättigung im Anker die Abweichung zwischen 2D FEM und Netzwerkmethode zu. Die folgenden Untersuchungen beschränken sich auf einen Hubbereich von $\pm 0,6$ mm. Um die Sättigung genauer zu erfassen, wäre eine weitere Verfeinerung des Netzwerks notwendig. Die erzielte Genauigkeit im zu untersuchenden Arbeitsbereich ist ausreichend.

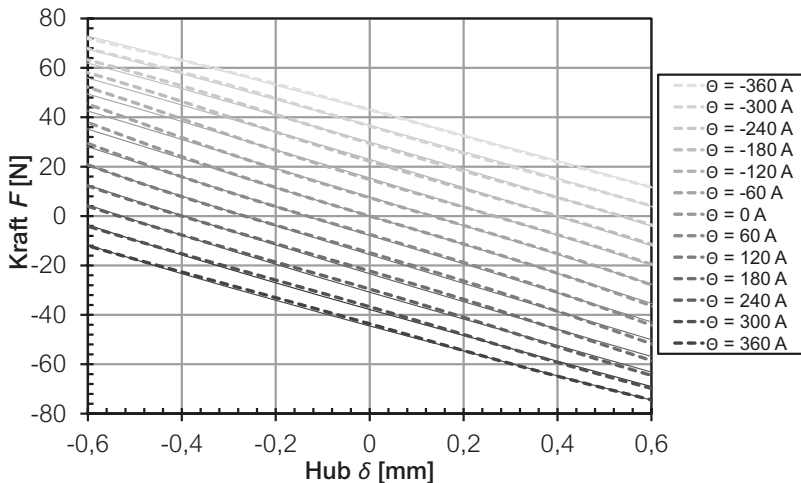


Bild 5.11: Kraft-Hub-Kennfeld aus 2D FEM (durchgezogen) und Netzwerkmethode (gestrichelt)

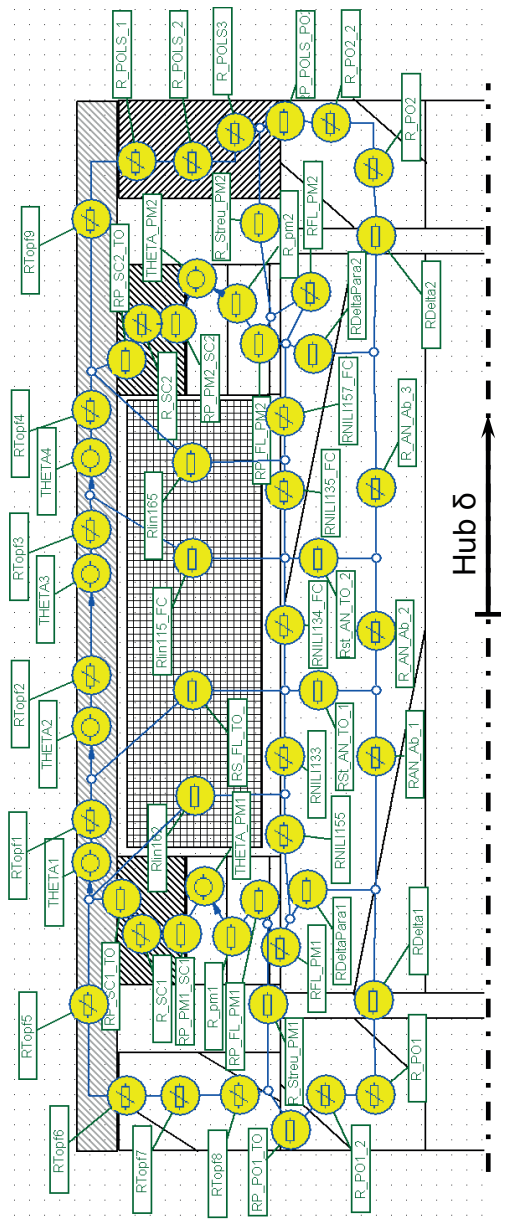


Bild 5.12: Schnittdarstellung mit magnetischem Netzwerkmodell

Ein wichtiges Merkmal des Aktors ist seine Symmetrie der hydraulischen Drücke p_A und p_B , daraus ergibt sich die Forderung der Symmetrie für die Kräfte $F_{+\delta +\Theta}$ und $F_{-\delta -\Theta}$ (vgl. Bild 5.6 und Abschnitt 5.1). Um eine gute Symmetrie der unterschiedlichen Konfigurationen zu erreichen, ist die Länge des parasitären Luftspaltes für die jeweiligen Varianten angepasst. Die geeignete Spaltlänge wird für eine maximale Symmetrie im Justagepunkt ausgewählt ($\rightarrow p_{asym}$ soll minimal sein). Die sich ergebenden Längen für die unterschiedlichen Varianten sind in Tabelle 5.2 enthalten.

Tabelle 5.2: Länge des parasitären Luftspaltes zur Symmetrisierung

Variante	Luftspaltlänge zur Symmetrisierung [mm]
A	$0,023 \pm 0,01$
B	$0,032 \pm 0,01$
C	$0,10940 \pm 0,01$

5.5 Analyse der Varianten

Für die folgenden Untersuchungen ist eine idealisierte Hydraulik unterstellt. Dies bedeutet zum einen die Vernachlässigung von Toleranzen und Reibung der Schiebergeometrie zum anderen eine hydraulische Versorgungseinheit mit konstantem Druck. Im Modell sind für 38 Parameter Verteilungen hinterlegt. Das Ersatzmodell des Permanentmagneten (Abschnitt 4.6.2) und die Hubstreuung sind mit einer Normalverteilung versehen. Zum Zeitpunkt der Untersuchungen befand sich der Aktor in einer frühen Musterphase. Nach [128, 129, 130, 131] ist der Entwicklungsstand des Aktors in den B-Musterstand einzuordnen. Für die Herstellung der Teile wurden Hilfswerkzeuge und seriennahe Fertigungsverfahren eingesetzt. Die restlichen Eingangsgrößen werden daher als gleichverteilt angenommen.

5.5.1 Statistische Auswertung

Die Ergebnisse der zu untersuchenden Betriebspunkte der Variante A sind in Bild 5.13 zu sehen. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der Monte-Carlo-Simulation und der angenäherten Normalverteilung. Auf Basis dieser Kenntnis ist es denkbar, das Fehlerfortpflanzungsgesetz zur Bestimmung der Ausgangsverteilung zu benutzen (Abschnitt 5.9). Bei der Verteilung der Kraftasymmetrie F_{asym} ist vor allem der Betrag von Bedeutung. Es sind somit nur noch positive Werte zulässig. Die Verteilung entspricht dann einer Betragsverteilung 1. Art [115]. Auf Grund des kleinen Mittelwertes wird dieser zur Vereinfachung gleich Null gesetzt. Hierdurch ergibt sich für die Betragsverteilung 1. Art ein Sonderfall, die halbierte Normalverteilung. Die Verteilung ist in der benutzten Software, mit der die Auswertung erfolgte, implementiert [98]. Der Mittelwert der halbierten Normalverteilung ergibt sich aus [132]:

$$\mu = \frac{1}{\theta}. \quad (5.4)$$

Für den konkreten Fall wird $\theta = 2,91$. Der Skalierungsfaktor für die Umrechnung der Kraft in den Druck beträgt $\sim 8 \frac{\text{bar}}{N}$. Die lineare Skalierung wirkt sich auf den Mittelwert und die Standardabweichung ebenfalls linear aus ($p_{asym} = 8 \frac{\text{bar}}{N} \cdot F_{asym}$). Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für die Varianten B und C sind in Bild 5.14 und Bild 5.15 dargestellt.

5.5.2 Vergleich und Bewertung

Für den direkten Vergleich und die Bewertung der Simulation sind in Tabelle 5.3 die statistischen Kennwerte für die wichtigen Betriebspunkte zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Statistische Kennwerte für ausgewählte Betriebspunkte

		Variante A	Variante B	Variante C
$c_{\Theta=0}$	μ	-51,5	-50,6	-44,7
	σ	2,02	1,98	1,78
F_{asym}	μ	0,03	-0,03	0,01
	σ	0,42	0,40	0,32
W_{mech}	μ	12,4	12,2	11
	σ	0,264	0,262	0,245

Die Änderung der Werte über den Varianten ist am markantesten für die Variante C. Das Bauteil Deckel (vgl. Bild 5.2) hat auf Grund seiner hohen Eisenweglänge einen sehr großen Einfluss auf den magnetischen Widerstand. Damit führt es zu einem höheren magnetischen Spannungsabfall. Dies deckt sich mit der Notwendigkeit der Symmetrisierung des Magnetkreises über den parasitären Luftspalt (Tabelle 5.2). Obwohl die Streuung der weichmagnetischen Eigenschaften des Bauteiles Deckel bei der Variante C hinzu kommt, nimmt die Standardabweichung der Kraftasymmetrie F_{asym} ab. Hauptgrund hierfür ist die Reduzierung der Empfindlichkeit des Aktors durch die reduzierten weichmagnetischen Eigenschaften des Sintermaterials, was eine Abnahme der globalen Sensitivität zur Folge hat. Bei der Variante A ist die Standardabweichung der Kraftasymmetrie am größten. Die Standardabweichung der Hubarbeit W_{mech} nimmt erst bei der Variante C merklich ab. Es kann das Sintermaterial bedenkenlos verwendet werden, weil es die Standardabweichung der Kraft- und Druckasymmetrie mindert. Bedacht werden muss jedoch der Sachverhalt, dass die mechanische Hubarbeit reduziert wird. In den folgenden Abschnitten wird nur noch die Variante C betrachtet.

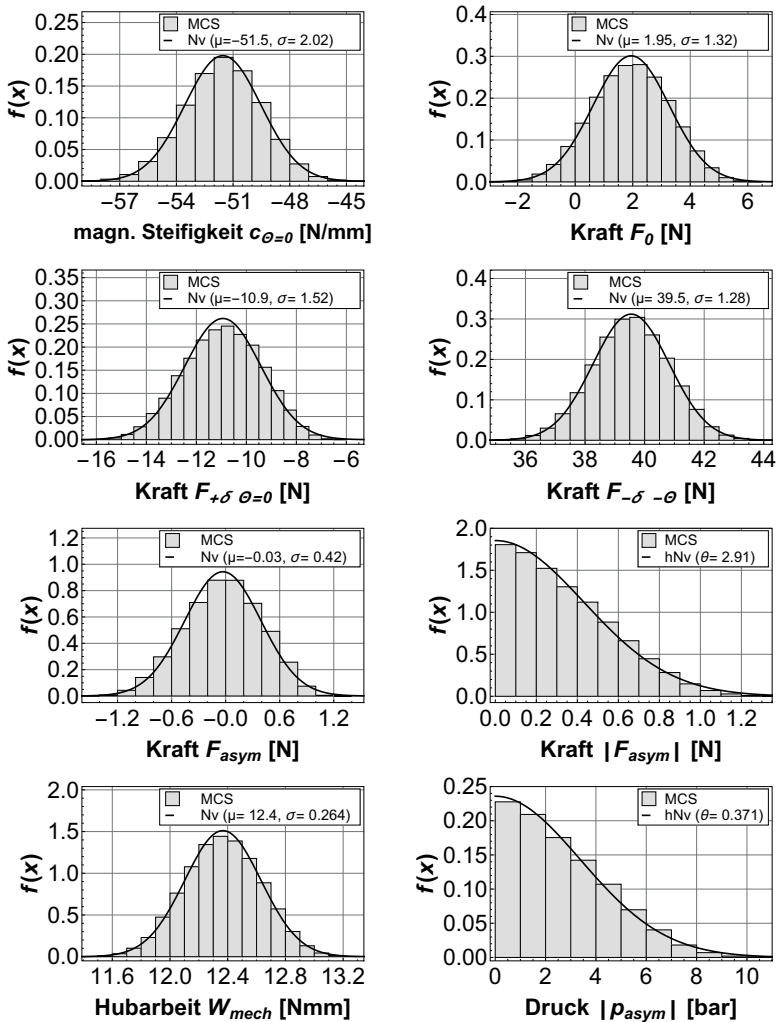


Bild 5.13: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation für die Variante A

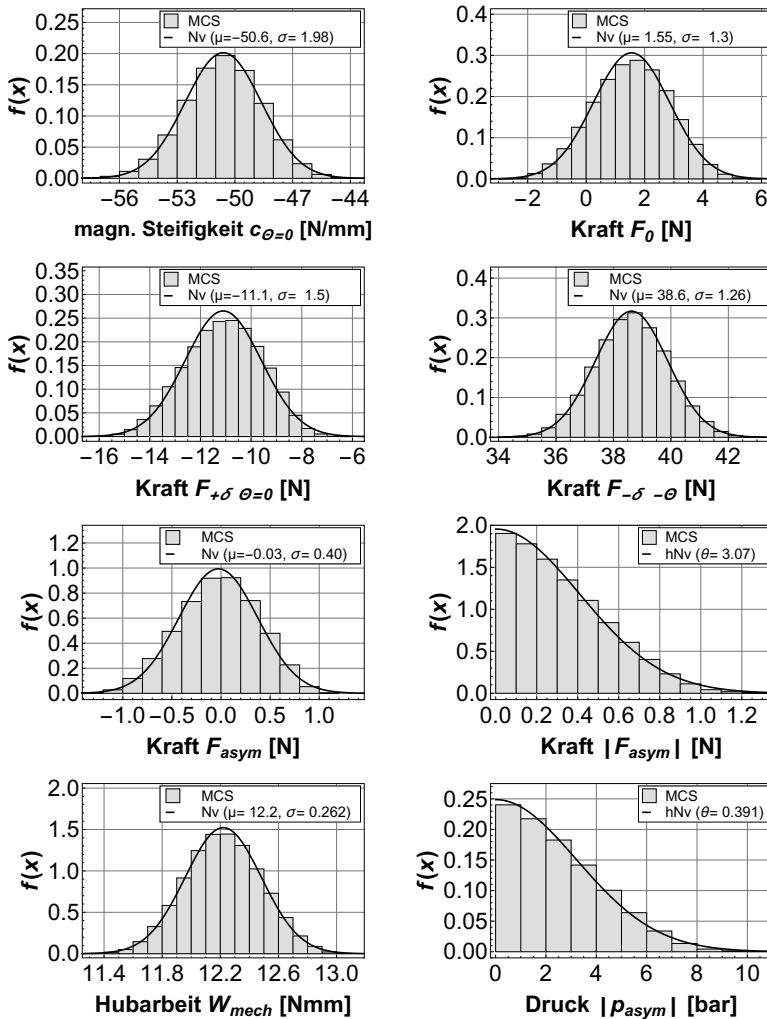


Bild 5.14: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation für die Variante B

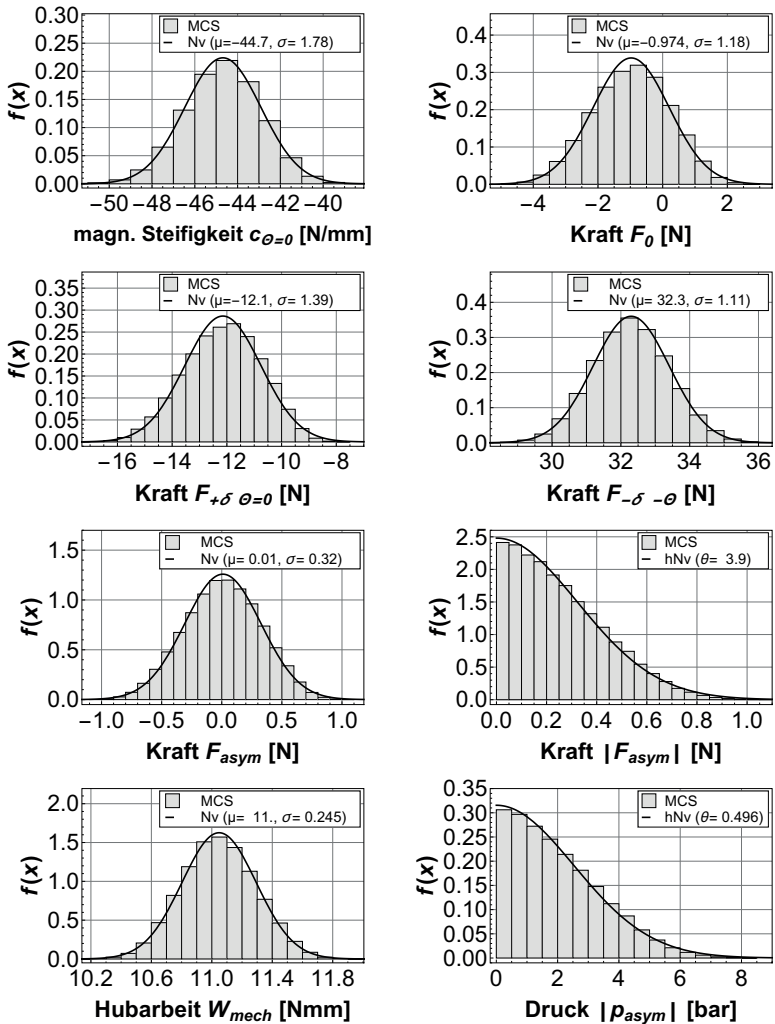


Bild 5.15: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation für die Variante C

5.6 Vergleich zwischen Versuch und Simulation

Für den Vergleich sind Messdaten einer Mustercharge von 144 Teilen verwendet. Im Modell musste die Streuung der Hydraulik implementiert werden, hierzu wurde aus der Toleranzrechnung des Hydraulikteils die Toleranz für ein Schließmaß ermittelt. Das Schließmaß führt zu einer Verschiebung des Justagepunktes und einhergehend damit zu einer Aufweitung der Druckasymmetrie. Der Vergleich aus Simulation und Versuch ist in Bild 5.16 dargestellt. Aus den Messdaten ist eine Asymmetrie erkennbar und konnte auf einen systematischen Fehler im Justageprozess zurück geführt werden. Um diesen Einfluss in der Simulation zu berücksichtigen, ist die Justagekraft F_0 um 0,2 N verschoben.

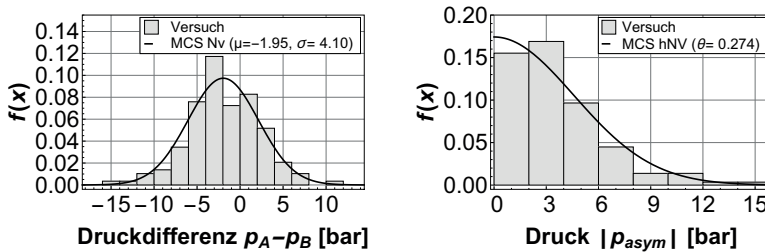


Bild 5.16: Vergleich zwischen Versuch und Simulation für $p_A - p_B$ [bar] und $|p_{asym}|$ [bar]

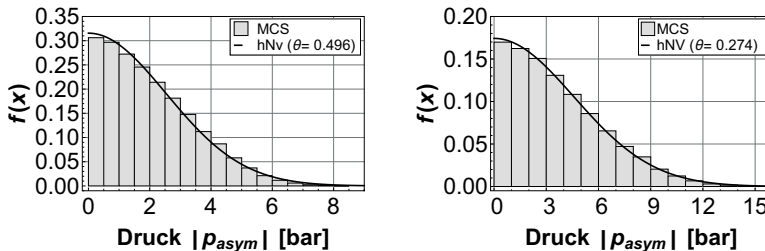


Bild 5.17: Einfluss der Hydrauliktoleranz auf die Druckasymmetrie $|p_{asym}|$ [bar] für die idealisierte Hydraulik (links) und die reale Hydraulik (rechts)

Der Vergleich des Versuchs mit der Simulation zeigt eine gute Übereinstimmung. Abweichungen sind auf die kleine Stichprobenzahl und nicht automatisierte Prozesse in der Musterfertigung zurückzuführen. Der Einfluss der Hydrauliktoleranz ist in Bild 5.17 zu sehen. Die Hydrauliktoleranzen führen zu einer Aufweitung der Drucksymmetrie.

5.7 Einfluss der Eingangsverteilungen

Bei den bisherigen Simulationen ist für die restlichen Eingangsgrößen von einer Gleichverteilung ausgegangen worden (Abschnitt 5.5). In dem vorangegangenen Abschnitt zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Simulation, welche unterstreicht, dass die angenommenen Randbedingungen richtig gewählt wurden. Für die Serienproduktion kann auf Grund der höheren Stückzahl, der beherrschten Prozesse und der Einhaltung der geforderten Prozessfähigkeiten von anderen Voraussetzungen der Eingangsparameter ausgegangen werden. Aus diesem Grund soll mit Hilfe des entwickelten Simulationsmodells eine Abschätzung für die zu erwartende Ausgangsverteilung des Aktors berechnet werden. Für eine Serienproduktion kann angenommen werden, dass für die angelieferten Einzelteile die Maße auf Grund einer Großserienfertigung normalverteilt sind [103]. Die Umstellung der Eingangsverteilung müsste zu einer Reduktion der Standardabweichung der Ausgangsgrößen führen. Das Ergebnis ist in Bild 5.18 zu sehen.

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse für die Gleich- und Normalverteilung ist in Tabelle 5.4 enthalten. Aus Tabelle 4.2 ergibt sich für das Verhältnis der Toleranz aus Normal- ($T = 6 \cdot s$) zu Gleichverteilung ($T = 2\sqrt{3} \cdot s = 3,46 \cdot s$) von $6/(2\sqrt{3}) = 1,732$. Das Verhältnis der Stan-

Tabelle 5.4: Statistische Kennwerte für ausgewählte Betriebspunkte

		Variante C gleichverteilt	Variante C normalverteilt	Verhältnis
$c_{\Theta=0}$	μ	-44,7	-44,7	
	σ	1,78	1,44	1,236
F_{asym}	μ	0,01	0,01	
	σ	0,32	0,19	1,684
W_{mech}	μ	11	11,1	
	σ	0,245	0,184	1,33

dardabweichung der Kraftasymmetrie erreicht fast diesen Wert. Die anderen Standardabweichungen nehmen ab, aber nicht in dem gleichen Maße.

Durch die genaue Kenntnis der Verteilung einer Eingangsvariablen kann die Standardabweichung der Ausgangsgröße beeinflusst werden. Im Falle der Umstellung von einer Gleichverteilung auf eine Normalverteilung ist im konkreten Beispiel eine Reduktion der Standardabweichung der Ausgangsgrößen von 20 – 30 % möglich. Für die Serienfertigung des Aktors ist von den in Bild 5.18 gezeigten Ausgangsverteilungen auszugehen.

5.8 Vergleich von Justageprozessen

Die Prozesssimulation wird mit den simulierten Daten der Variante C durchgeführt. Mit den ermittelten Daten können Betrachtungen durchgeführt werden, die ohne die Kenntnis der Verteilung erst zu einem späteren Zeitpunkt im Entwicklungsprozess durchgeführt werden könnten. Es werden im Folgenden zwei unterschiedliche Prozesse für die Justage des Linearaktors betrachtet. Es sind zwei Prozesse, Prozess A und Prozess B, aus theoretischen Überlegungen entwickelt worden, welche mit Hilfe der Simulation geprüft und beurteilt werden sollen. Für den Prozess A ist es notwendig, die beiden Arbeitspunkte $F_{+\delta \ominus=0}$ und $F_{-\delta \ominus=0}$ zu bestimmen. Der Prozess B benötigt die vier Arbeitspunkte $F_{+\delta \ominus=0}$, $F_{-\delta \ominus=0}$, $F_{+\delta +\ominus}$ und $F_{-\delta -\ominus}$. Aus den jeweils gemessenen Werten wird die Justagekraft F_0 berechnet. Durch Einpressen eines Einstellelementes wird die Justagekraft an den berechneten Wert angeglichen [124]. Die Verteilungen der beiden Prozesse sind in Bild 5.19 gegenübergestellt.

Die erreichten Standardabweichungen bei den Drücken p_A und p_B differieren nur um $\sim 0,1$ bar. Der Einfluss der Justage wird erst bei Betrachtung der erreichten Druckdifferenz p_{asym} ersichtlich. Hier liegt ein Faktor von zwei zwischen den erreichbaren Streuungen. Prozess B ist die eindeutig bessere Wahl für die Justage. Allerdings ist die benötigte Taktzeit für Prozess B mit ca. 45 Sekunden pro Justage wesentlich größer. Prozess A ist in der erreichten Druckdifferenz schlechter, dafür liegt die Taktzeit pro Justage bei ca. 15 Sekunden. Es muss eine Abwägung der einzelnen Interessen erfolgen, beide Tendenzen sind gegenläufig. Auf Basis der gewonnenen Ergebnisse können Entscheidungen z. B. hinsichtlich der Auslastung einer Justageanlage und weitere notwendige

Schritte zu einem frühen Zeitpunkt im Entwicklungsprozess unterstützt werden.

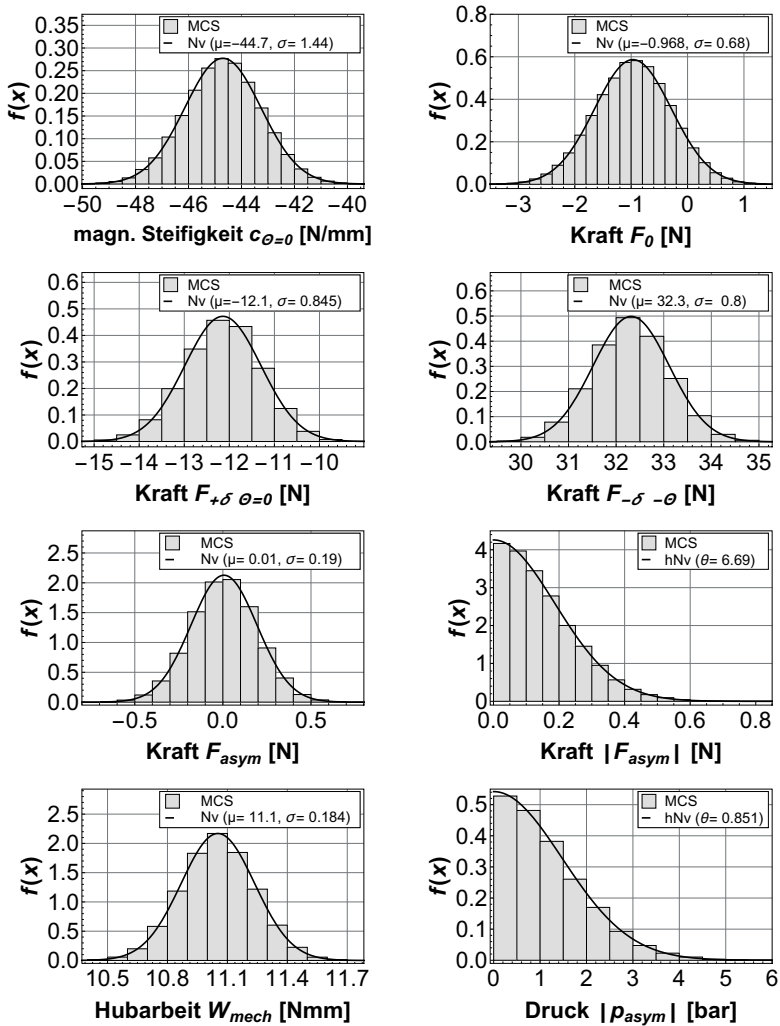


Bild 5.18: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation für Variante C
(alle Eingangsgrößen normalverteilt)

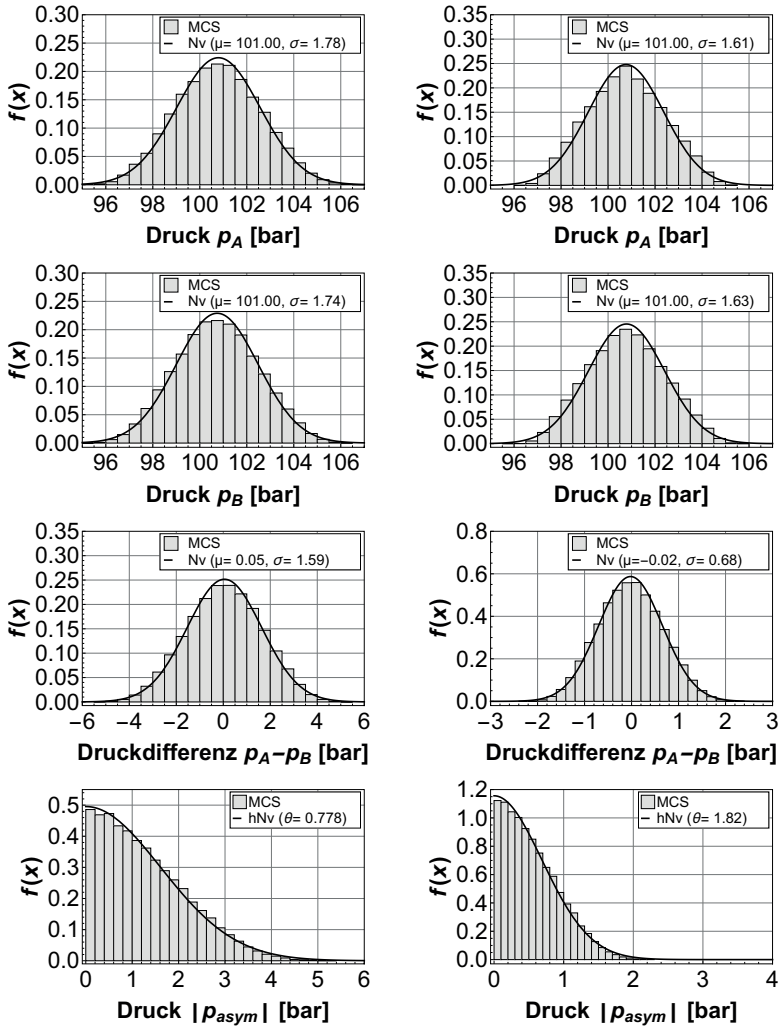


Bild 5.19: Monte-Carlo-Simulation für Prozess A (links) und Prozess B (rechts)

5.9 Fehlerfortpflanzungsgesetz

Auf Grund der Komplexität eignet sich der behandelte Aktor sehr gut für einen Vergleich zwischen der Monte-Carlo-Simulation und dem Fehlerfortpflanzungsgesetz. Die Sensitivitäten wurden für alle Parameter in Abhängigkeit von der magnetischen Durchflutung und des Hubes in SESAM ermittelt [13]. Die Sensitivitäten werden anschließend in einer selbst definierten Funktion unter Berücksichtigung der jeweiligen Varianzen aufsummiert. Es gilt die gleiche Toleranzbreite von $T = 6s$. Die beiden Toleranzkennfelder sind in Bild 5.20 dargestellt. Auf den ersten Blick sehen die beiden Kennfelder sehr ähnlich aus. Zur besseren Beurteilung wird die absolute Differenz $T_{|MCS-Ffg|}$ der beiden Kennfelder gebildet. Die absolute Differenz beträgt maximal 0,31 N und ist in Bild 5.21 zu sehen.

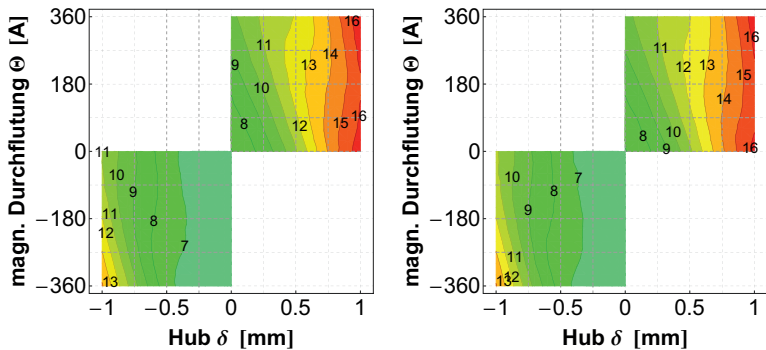


Bild 5.20: Toleranzbreite für Monte-Carlo-Simulation (links) und Fehlerfortpflanzungsgesetz (rechts)

Mit der Ermittlung der Sensitivitäten und anschließende Berechnung der Standardabweichung mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ist eine gute Genauigkeit erzielbar. Die Berechnungszeit beträgt nur einen Bruchteil zur Monte-Carlo-Simulation. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass mit einer Pareto-Analyse [133] die einzelnen Terme, aus denen sich das Fehlerfortpflanzungsgesetz zusammensetzt, einzeln analysiert werden können. Aus der Pareto-Analyse wird sofort ersichtlich, welcher Parameter die größten Auswirkungen hat. Mit Hilfe dieses Vorgehens können für

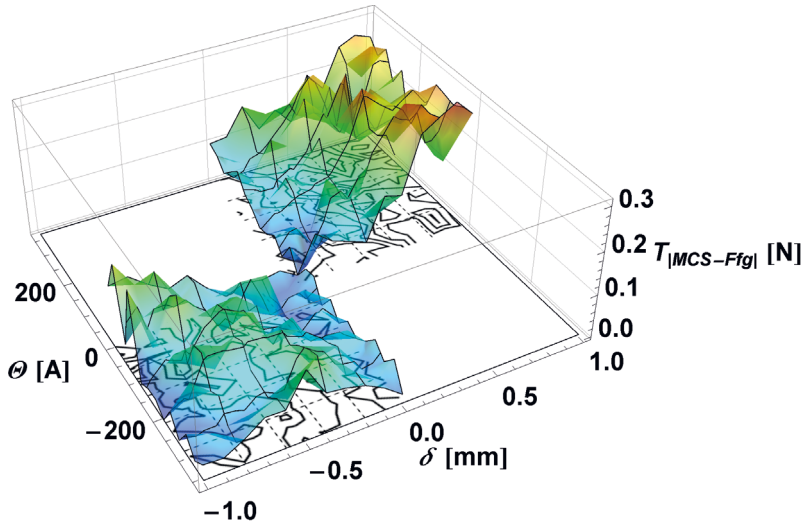


Bild 5.21: Niveauliniendiagramm der absoluten Differenz der Toleranzbreite $T_{|MCS-Ffg|} [N]$ zwischen Monte-Carlo-Simulation und Fehlerfortpflanzungsgesetz

die jeweilige Standardabweichung die dominanten Faktoren identifiziert und Gegenmaßnahmen gezielt ergriffen werden. Für einen Arbeitspunkt ist die Pareto-Analyse in Bild 5.22 abgebildet. Die Sensitivitätsanalyse ist eine gute Alternative zur Monte-Carlo-Simulation. Die Bestimmung der notwendigen Sensitivitäten kann darüber hinaus über die 2D FEM erfolgen. Die benötigte Berechnungszeit ist jedoch wesentlich größer. Auf Grund der hohen Rechengeschwindigkeit der Netzwerkmethod ist die Sensitivität gut geeignet für Optimierungsaufgaben und zur Ermittlung der Robustheit eines Aktors.

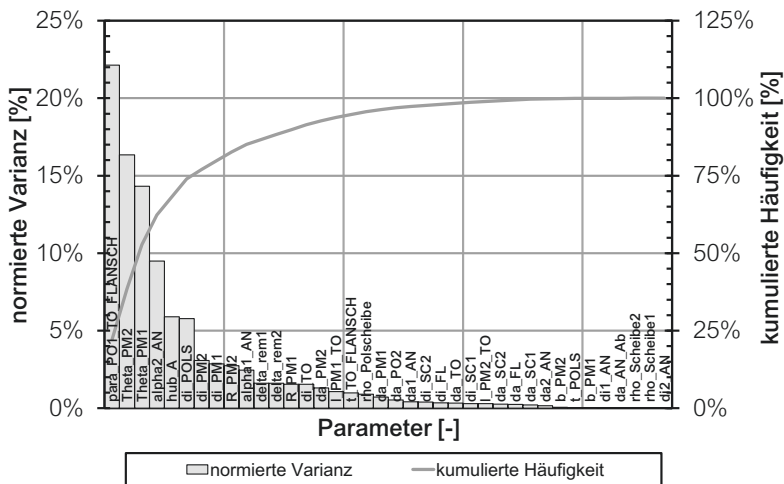


Bild 5.22: Pareto-Analyse für die einzelnen Varianzanteile ($\delta = -0,3 \text{ mm}$; $\Theta = -300 \text{ A}$)

5.10 Zusammenfassung

Durch die statistische Analyse des Linearaktors konnten die Einflüsse von verteilungsbehafteten Eingangsgrößen aufgezeigt werden. Es ist möglich, die einzelnen Anteile an der Gesamtvarianz mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zu untersuchen. Die Zeit für die Modellerstellung ist zu beachten, weil ein direkter Bezug zu den Fertigungszeichnungen und -prozessen erfolgen muss. Bereits zu einem frühen Entwicklungszeitpunkt können Änderungen in der Konstruktion analysiert und deren Auswirkung auf die Ausgangsverteilung bewertet werden. Anschließende Prozesse nach Fertigstellung des Aktors können mit den ermittelten Verteilungen betrachtet werden. Der Vergleich zwischen Simulation und Versuch zeigt eine gute Übereinstimmung. Die notwendige Entwicklungszeit kann durch den gezielten Einsatz der durchgeführten Untersuchungen und daraus abgeleiteten Erkenntnissen beschleunigt werden. Der gesamte Entwicklungsprozess wird somit von Beginn an effektiver und effizienter. Die Entwicklung und Fertigung werden stärker miteinander verwoben.

Kapitel 6

Berücksichtigung von Toleranzen im Entwurfsprozess

Die vorhergehenden Kapitel stellen das grundsätzliche Vorgehen und die möglichen Hilfsmittel für eine statistische Betrachtungsweise dar. Aufbauend auf den gewonnen Erkenntnissen soll eine Vorgehensweise aufgezeigt werden, die es ermöglicht, Toleranzen im Entwurfsprozess zu berücksichtigen und auf robuste kostengünstige Lösungen zu kommen. In [134] ist analysiert, welche Abteilung für die Toleranzfestlegung während des Entwicklungsprozesses verantwortlich ist. Jede der aufgeführten Literaturstellen gibt die Konstruktion als verantwortliche Abteilung an. Daneben ist die Konstruktion für 60-80 % der Produktionskosten verantwortlich [135]. Die Produktionskosten eines elektromagnetischen Ventils können durch die Gestaltung (Anzahl der Teile, Lage der Teile, den Montageprozess etc.) und durch die Toleranzen der Einzelteile beeinflusst werden. Bei der Gestaltung kann, wie bereits in Abschnitt 4.6.1 gezeigt, die Robustheit bei variierenden Eingangsparametern beeinflusst werden. Für eine Aussage im Entwurfsprozess über den Einfluss von Toleranzen sind nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zwei Dinge entscheidend, zum einen der Sensitivitätskoeffizient und zum anderen die Streubreite der Eingangsgröße (Gl. 4.3). Bei den bisher gezeigten Anwendungen und Beispielen wurde die Toleranz als feste Vorgabe behandelt. Die Vorgabe beruhte auf Erfahrungswerten oder auf wirtschaftlich bedingten Gründen. Um Toleranzen in der Auslegungsphase zu quantifizieren und deren Einfluss aufzuzeigen, muss eine Beziehung zwischen dem Nennmaß und der Toleranz geschaffen werden.

6.1 Zusammenhang zwischen Nennmaß und Toleranz

Eine geeignete Vorgehensweise stützt sich auf die Grundtoleranzgrade (IT 1 bis IT 18) nach DIN ISO 286-1 [136]. Die Grundtoleranzgrade

oder auch IT-Qualitäten genannt, werden in etlichen technischen Darstellungen verwendet. So werden z. B. die erreichbaren Genauigkeiten von Fertigungsverfahren mit Hilfe der IT-Qualitäten eingeteilt (Bild 6.1).

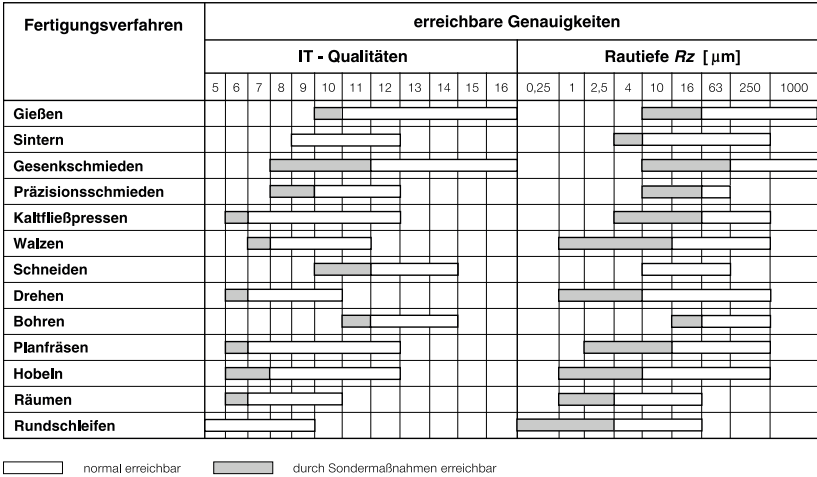


Bild 6.1: Erreichbare Genauigkeiten verschiedener Fertigungsverfahren [137]

Bei der Berechnung eines Aktors können durch die Kenntnis des Herstellungsverfahrens eines Einzelteils sehr anwendungsnah reale Toleranzen angenommen werden. Ferner wird die IT-Qualität für Kosten-Toleranz-Beziehungen verwendet (vgl. Abschnitt 2.3 und Bild 2.5). In DIN ISO 286-1 sind die Grundtoleranzen in Abhängigkeit des Toleranzgrades und des Nennmaßes in Tabellenform definiert. In [138] ist für einen Nennmaßbereich $N < 500\text{ mm}$ folgender mathematische Zusammenhang angegeben:

$$D = \sqrt{D_1 D_2}, \tag{6.1}$$

$$i = 0,45 \sqrt[3]{D} + 0,001 D, \tag{6.2}$$

$$T_{Matek} = K_{Tab} \cdot i. \tag{6.3}$$

D_1 und D_2 sind die jeweilige untere und obere Grenze des Nennmaßbereiches. D ist das geometrische Mittel aus D_1 und D_2 . Aus dem Toleranzfaktor i und dem Faktor K_{Tab} kann die Toleranz T_{Matek} berechnet werden. Der Toleranzfaktor K_{Tab} ist abhängig von dem gewählten Grundtoleranzgrad und ist aus einer Tabelle zu entnehmen. Alternativ kann der Toleranzfaktor K_K über folgende selbst definierte mathematische Näherung beschrieben werden:

$$K_K = 0,664 \cdot e^{(T_{IT} \cdot 0,457)}, \quad (6.4)$$

$$T_K = K_K \cdot i. \quad (6.5)$$

Ein Vergleich der aus DIN ISO 286-1 [136] entnommenen Toleranzen und der Näherung nach Gl. (6.5) ist in Bild 6.2 zu sehen.

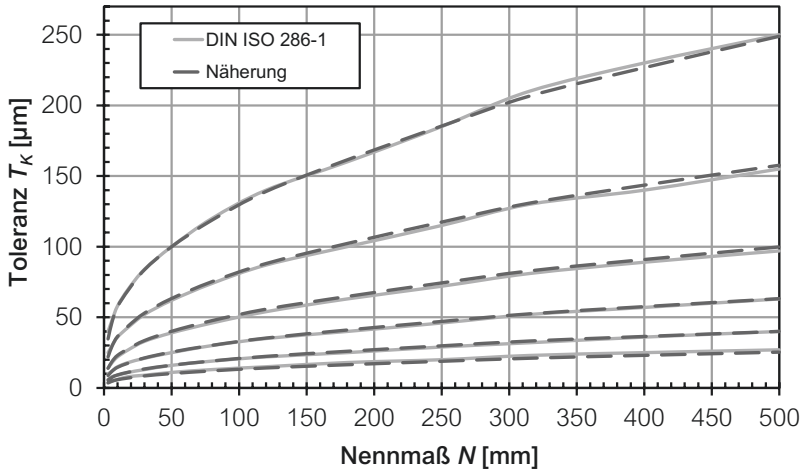


Bild 6.2: Vergleich zwischen der Toleranz nach DIN ISO 286-1 und der Näherung Gl. (6.5)
(Grundtoleranzgrad IT 5 (unterste Linie) - IT 10 (oberste Linie))

Die Abweichung ist über den gesamten Nennmaßbereich sehr gering. Mit der Näherung ist es möglich, die Toleranz eines Maßes bei vorgege-

benem Toleranzgrad zu berechnen. Anschließend kann mit der Toleranz der Antrieb auf sein statistisches Verhalten hin untersucht und weiter optimiert werden. Die vorgestellte Berechnung der Toleranz ist über einen Präprozessor in SESAM implementiert (Algorithmus 6.1). Der Toleranzfaktor i bzw. Tol_i nach Gl. (6.1) und (6.2) wird mittels mehrerer bedingter Anweisungen bestimmt.

Algorithmus 6.1 SESAM-Programm-Code zur Ermittlung der Toleranz [13].

```

Tol_i = Nennmaß
IF Tol_i>0 AND Tol_i<=3 THEN Tol_i = 0,542153681
IF Tol_i>3 AND Tol_i<=6 THEN Tol_i = 0,732734324
IF Tol_i>6 AND Tol_i<=10 THEN Tol_i = 0,898117068
IF Tol_i>10 AND Tol_i<=18 THEN Tol_i = 1,082695967
IF Tol_i>18 AND Tol_i<=30 THEN Tol_i = 1,307375238
IF Tol_i>30 AND Tol_i<=50 THEN Tol_i = 1,561243
IF Tol_i>50 AND Tol_i<=80 THEN Tol_i = 1,856144639
IF Tol_i>80 AND Tol_i<=120 THEN Tol_i = 2,17253188
IF Tol_i>120 AND Tol_i<=180 THEN Tol_i = 2,521738938
IF Tol_i>180 AND Tol_i<=250 THEN Tol_i = 2,895918341
IF Tol_i>250 AND Tol_i<=315 THEN Tol_i = 3,226770366
IF Tol_i>315 AND Tol_i<=400 THEN Tol_i = 3,54117387
IF Tol_i>400 AND Tol_i<=500 THEN Tol_i = 3,888473806
K_K = 0,664010456394095*exp(T_IT*0,456854792323315)
T_K = K_K*Tol_i

```

6.2 Prinzipieller Ablauf der entwickelten Vorgehensweise

Der prinzipielle Ablauf zur Berechnung der auftretenden Sensitivitäten, einer robusten Optimierung und einer anschließenden Kosten-Toleranz-Optimierung ist nach folgender Vorgehensweise definiert:

1. Optimierung hinsichtlich eines definierten Wertes (Volumen, Dynamik, Stellkraft, Hubarbeit etc.)
2. Anschließende Ermittlung aller Sensitivitäten
3. Bewertung des Optimums hinsichtlich erreichter Sensitivität
4. Einführung einer weiteren Randbedingung, die sich an der ermittelten Sensitivität orientiert

5. Abschließende Monte-Carlo-Simulation, um Abweichungen in Folge des Fehlerfortpflanzungsgesetzes zu erfassen, sind diese sehr groß muss eine Optimierung über die Monte-Carlo-Simulation erfolgen
6. Aufbauend auf dem ausgewählten Design kann eine Kosten-Toleranz-Optimierung durchgeführt werden.

Die entwickelte Vorgehensweise wird auf eine Volumenoptimierung, wie sie in [37] beschrieben ist, angewendet. Der untersuchte Antrieb ist ein Topfmagnet mit Flachanker. Das Netzwerk-Modell und die entsprechenden Hauptabmessungen sowie der qualitative Kraft-Hub-Verlauf sind in Bild 6.4 dargestellt. Auf Grund der robust und Kosten-Toleranz-Optimierung werden die Modellgleichungen angepasst. Bei der Volumenoptimierung werden folgende Randbedingungen angenommen:

- Haltekraft $F_{Halte} > 0,2 \text{ N}$ bei Hub $\delta = 1,2 \text{ mm}$,
- mechanische Hubarbeit $W_{Mech} > 1 \text{ Nmm}$.

Das eingesetzte Verfahren zur Volumenminimierung beruht auf [15], hierbei wird eine Parametersuche mit adaptiver Verfeinerung durchgeführt. Der Verlauf einer Optimierung ist in Bild 6.3 zu sehen.

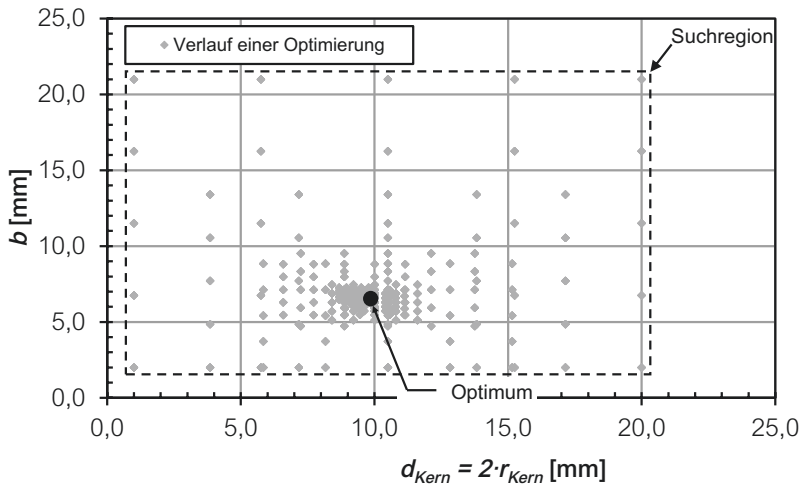


Bild 6.3: Verlauf einer Optimierung

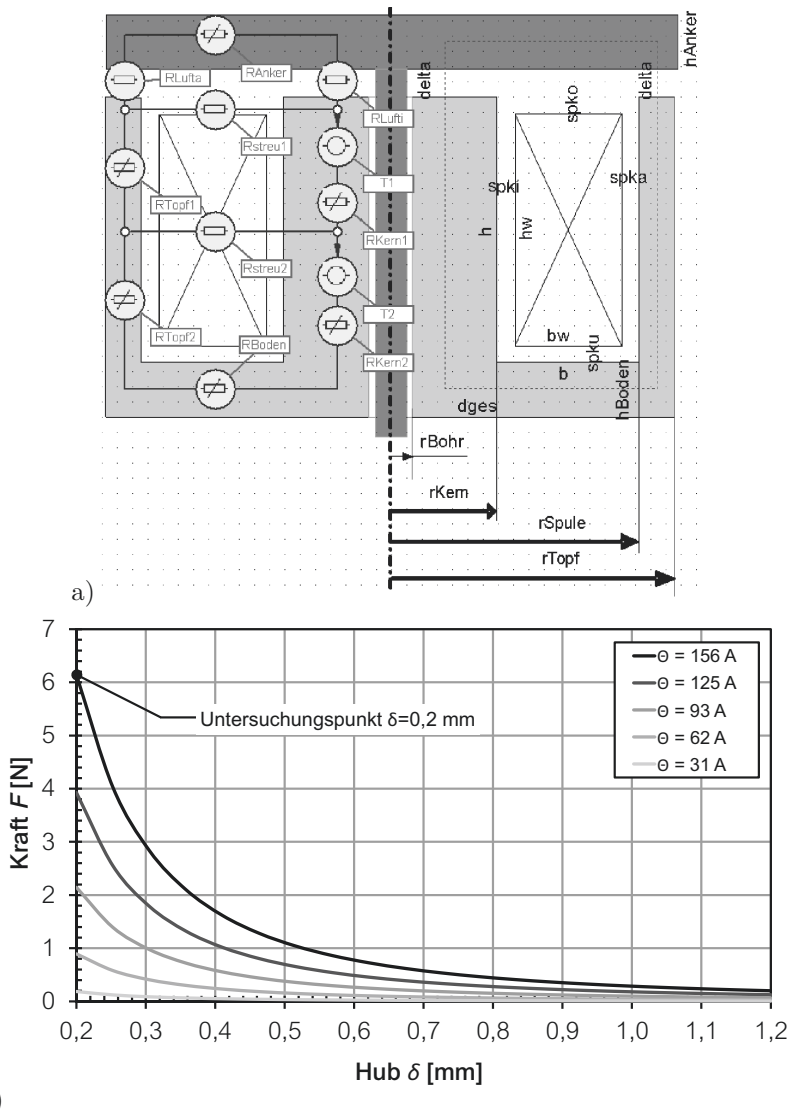


Bild 6.4: Geometrie und Kraft-Hub-Kennfeld des Topfmagneten;

a) Hauptabmessungen des untersuchten Topfmagneten (hellgrau = Joch; dunkelgrau = Anker) [37]

b) qualitativer Verlauf der Kraft-Hub-Kennlinie (volumenminimierter Entwurf)

6.3 Robuste Optimierung

Zur Bewertung der Robustheit einer gefundenen Lösung ist es notwendig einen geeigneten Parameter zu entwickeln. Der Größtfehler σ_{max} wird nach [104] wie folgt definiert :

$$\sigma_{max} = \sum_{i=1}^n |S_i \sigma_i| = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot \sigma_i \right| \quad (6.6)$$

Unter der Annahme einer ähnlichen bzw. gleichen Standardabweichung der Eingangsparameter ergibt sich:

$$\sigma_{max} = n \sigma_i \sum_{i=1}^n |S_i| \quad (6.7)$$

Der hintere Term eignet sich zur Bewertung der Robustheit der gefundenen Lösung. Die Robustheit der gefundenen Lösung wird nur über die Sensitivität bewertet, hieraus folgt die Summensensitivität S_Σ :

$$S_\Sigma = \sum_{i=1}^n |S_i| = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial g}{\partial x_i} \right| \quad (6.8)$$

Es ist hier bewusst ein sehr einfacher Ansatz gewählt. Auf Basis der ermittelten Summensensitivität S_Σ des volumenminimierten Entwurfs, wird $S_{\Sigma Grenz}$ nun als weitere Randbedingung, entsprechend den Punkten 2-4, eingeführt. Für die Optimierung hinsichtlich eines robusten Entwurfes sind bis einschließlich zum Punkt 4 keine Toleranzen notwendig. Über die Wahl von $S_{\Sigma Grenz}$ wird der Entwurf definiert wie z. B. der volumenminimierte bzw. robuste Entwurf. Das Ergebnis der Optimierung ist in Bild 6.5 dargestellt.

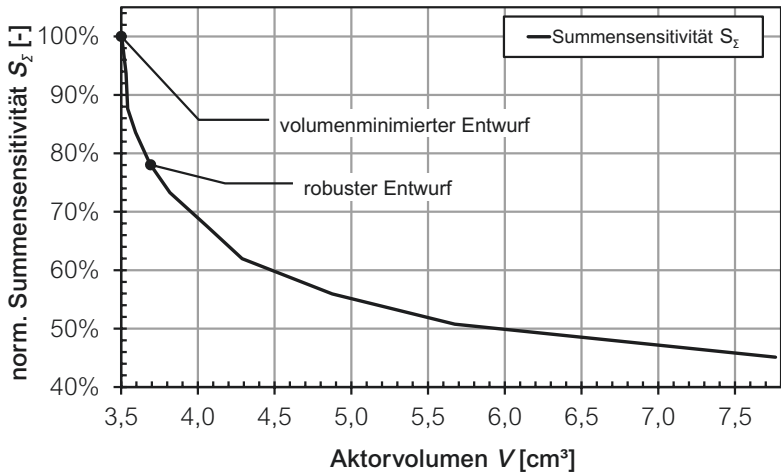


Bild 6.5: Zusammenhang zwischen der normierten Summensensitivität S_z und dem Aktorvolumen V für den Untersuchungspunkt $\delta = 0,2$ mm

Die erreichte Summensensitivität ist auf den volumenminimierten Entwurf normiert. Die normierte Summensensitivität ist von 100 % schrittweise auf 45 % reduziert worden. Die höchste Sensitivität trifft mit dem minimalen Volumen zusammen. Der kleinste Antrieb ist anfällig hinsichtlich der Empfindlichkeit. Eine Volumenerweiterung von 5,4 % führt zu einer Reduktion von 22 % der normierten Summensensitivität. Der Entwickler befindet sich in einer Entwicklungsschere zwischen Bauraum und Robustheit, allerdings ist die starke Nichtlinearität bei kleiner Volumenerweiterung fördernd.

Die Minimierung der Summensensitivität S_z erlaubt noch keine Aussage über das Ergebnis der Varianz der Ausgangsgröße. Für den eingesetzten Aktor ist die Varianz bei einem Hub $\delta = 0,2$ mm und maximaler magnetischer Durchflutung ausschlaggebend (vgl. Bild 6.4).

6.4 Vergleich der Berechnungsverfahren

Nach der Festlegung der Entwürfe (Bild 6.5) ist die Bestimmung der Toleranzgrade notwendig. Für den Vergleich der Berechnungsverfah-

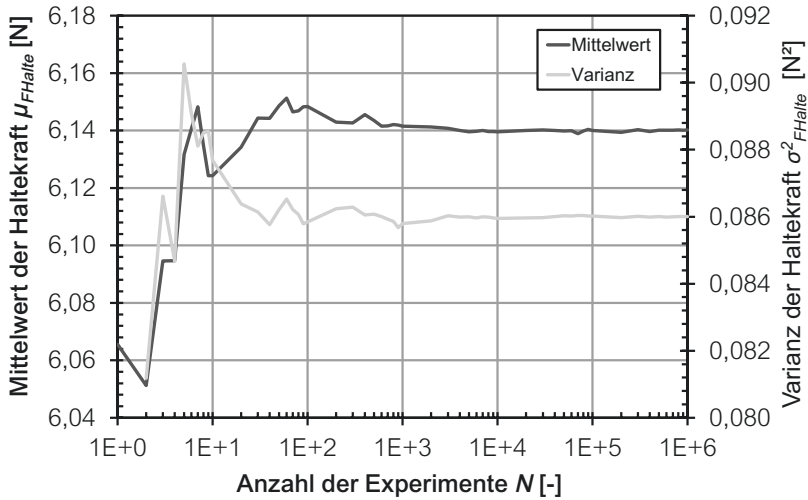


Bild 6.6: Konvergenzverhalten der Monte-Carlo-Simulation für die Haltekraft F_{Halte} [N] im Untersuchungspunkt $\delta = 0,2$ mm des volumenminimierten Entwurfs

ren ist der Toleranzgrad $IT = 7$ für alle Maße hinterlegt. Die Berechnung der Varianz erfolgt über die Monte-Carlo-Simulation und das Fehlerfortpflanzungsgesetz. Bei der Monte-Carlo-Simulation kann das Ergebnis der Varianz des Untersuchungspunktes von der Anzahl N der Experimente abhängen, diesen Sachverhalt illustriert Bild 6.6. Erst bei $N > 10000$ konvergiert die Varianz und der Mittelwert. Zur Ermittlung einer stabilen Varianz der Ausgangsvariablen ist $N = 100000$ für die Monte-Carlo-Simulation gewählt.

In den bisherigen Kapiteln ist die absolute Differenz zwischen den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation und dem Fehlerfortpflanzungsgesetz gebildet. Alternativ ist es möglich, die Varianzen in einem Streudiagramm darzustellen (Bild 6.7). Hierzu werden die Wertepaare der ermittelten Varianzen in einem kartesischen Koordinatensystem eingetragen. Die eingetragenen Punkte zeigen einen linearen Zusammenhang. Die Steigung der Regressionsgeraden beträgt $m_{streu} = 1,0578$. Dies bedeutet, dass die Varianz, die nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet wird, größer ist als die der Monte-Carlo-Simulation. Auf Grund der geringen Abweichung der berechneten Varianzen und dem

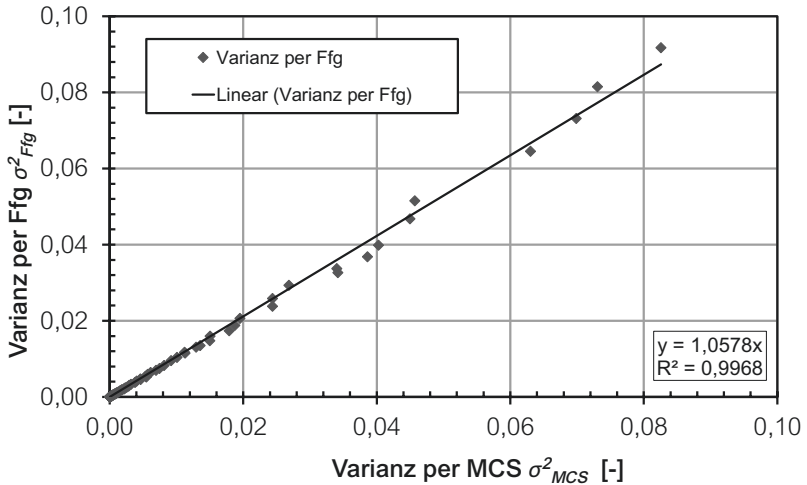


Bild 6.7: Streudiagramm für die Varianz per Monte-Carlo-Simulation (MCS) und per Fehlerfortpflanzungsgesetz (Ffg)

Zeitvorteil des Fehlerfortpflanzungsgesetzes wird dies für die Kosten-Toleranz-Optimierung verwendet. Für die automatisierte Berechnung sollte für den Vergleich ein geeigneter Parameter als Fehlerschranke verwendet werden, wie z. B. m_{streu} . Nach der Wahl des geeigneten Berechnungsverfahrens beginnt die Kosten-Toleranz-Optimierung.

6.5 Kosten-Toleranz-Optimierung

Für die Kosten-Toleranz-Optimierung werden die in Bild 6.5 eingezeichneten Entwürfe verwendet. Die Kosten-Toleranz-Optimierung beschränkt sich auf den Untersuchungspunkt (vgl. Bild 6.4). Die zulässige Kraftvarianz im Untersuchungspunkt wird in der Simulation als neue Randbedingung eingeführt. Zu jeder Abmessung ist der Toleranzgrad und die Kosten-Toleranz-Beziehung hinterlegt. Um das Optimum zu finden, ist der Toleranzgrad der jeweiligen Abmessung als Suchparameter angegeben und darf Werte zwischen IT 5 und IT 15 annehmen. Eine Übersicht der Optimierung ist in Bild 6.8 dargestellt.

Je geringer die erreichte Varianz der Kraft im Untersuchungspunkt ist desto höher sind die dafür notwendigen Kosten. Der robuste Entwurf

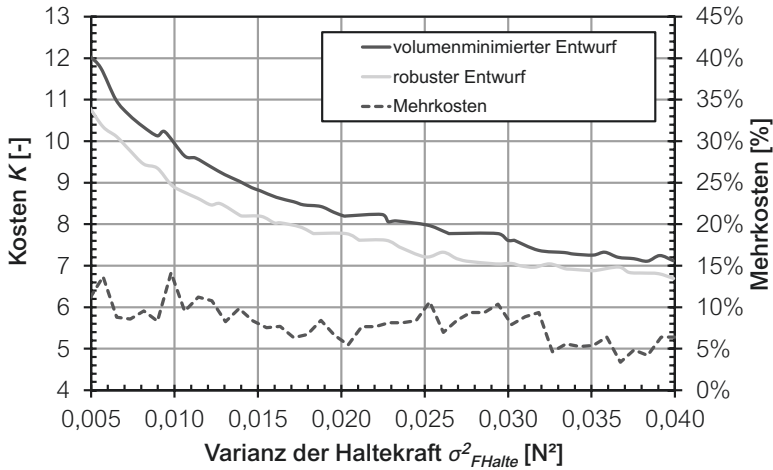


Bild 6.8: Verlauf der Kosten bei der Optimierung

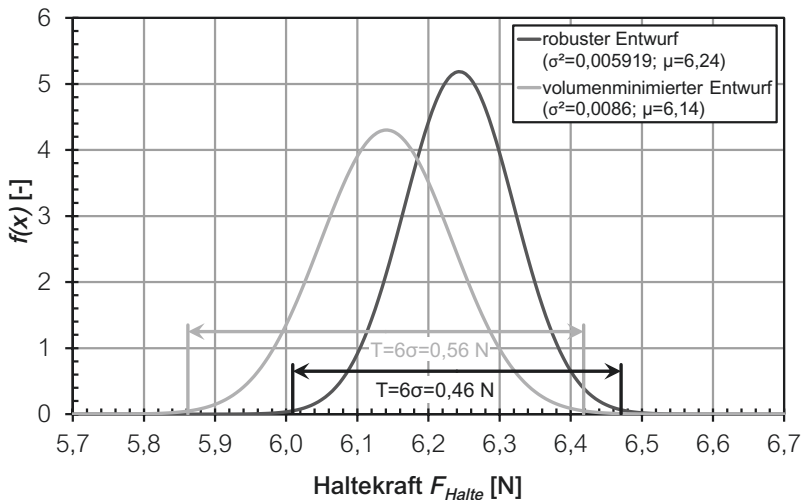


Bild 6.9: Verteilung der Haltekraft F_{Halte} [N] des robusten und des volumenminimierten Entwurfs für den Untersuchungspunkt $\delta = 0,2 \text{ mm}$ und $K = 10,2$ (vgl. Bild 6.8 für Werte der Varianz)

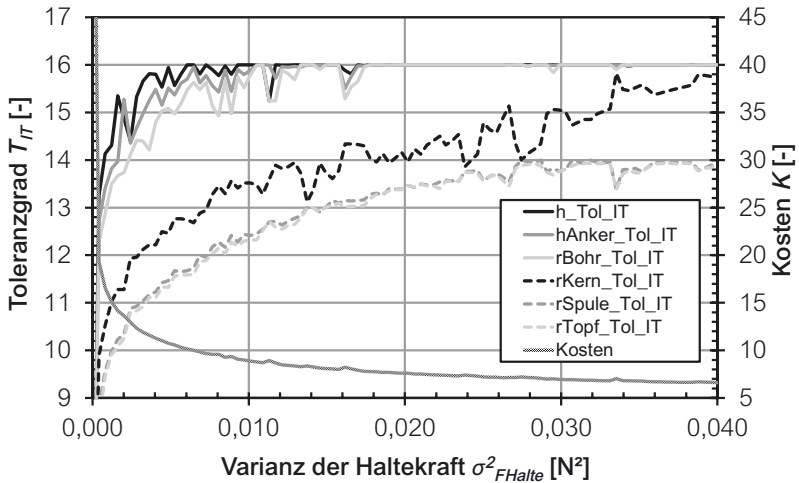


Bild 6.10: Verlauf der Toleranzgrade bei der Kosten-Toleranz-Optimierung für den robusten Entwurf

hat stets einen Kostenvorteil bei vorgegebener Varianz. Die Mehrkosten sind die prozentualen Mehrkosten des volumenminimierten Entwurfes im Vergleich zu dem robustem Entwurf. Es müssen stets Mehrkosten aufgewendet werden, um die gleiche Varianz zu erreichen. Um die Kraftvarianz greifbarer zu gestalten, sind für die Kosten $K = 10, 2$ die sich ergebenden Verteilungen der Haltekraft bei einer Großserienfertigung in Bild 6.9 zu sehen.

Die Varianz der Haltekraft für $K = 10, 2$ beträgt beim robustem Entwurf $\sigma^2 = 0,005919$ und beim volumenminimierten Entwurf $\sigma^2 = 0,0086$. Der robuste Entwurf zeigt bei gleichen Kosten eine geringere Kraftvarianz, hier kommt die geringere Sensitivität des robusten Entwurfes zum Tragen. Die interessanteste Tatsache bei der Kosten-Toleranz-Optimierung ist der Verlauf der einzelnen Toleranzgrade in Abhängigkeit von der Varianz der Haltekraft. Dies ist in Bild 6.10 dargestellt.

Der Toleranzgrad der Hauptabmessungen rTopf, rKern und rSpule verringert sich zu Beginn der Optimierung ($0,018\text{N}^2 < \sigma_{F\text{Halte}}^2 < 0,040\text{N}^2$). Erst danach werden die Toleranzgrade der anderen Hauptabmessungen rBohr, hAnker und h verändert (vgl. 6.4 a)). Dies lässt erkennen, dass die

Längenabmessungen einen geringen Beitrag an der Gesamtvarianz haben. Eine Verringerung der Ausgangsstreuung der Haltekraft geht stets mit einer Erhöhung der Kosten, auf Grund notwendiger genauerer Fertigung einher. Die Kosten-Toleranz-Optimierung bietet dem Konstrukteur ein geeignetes Hilfsmittel bei der Auswahl der richtigen Toleranzen für die Hauptabmessungen. Die Varianz der Haltekraft kann als Richtwert für die zu erwartende Fertigungsstreuung des Topfmagneten herangezogen werden. Anhand von Bild 6.10 kann darüber hinaus abgelesen werden, welche Hauptabmessungen im Falle der Notwendigkeit einer Reduzierung der Varianz der Haltekraft verändert werden sollten.

6.6 Zusammenfassung

Ein Ablaufplan der entwickelten Vorgehensweise ist in 6.11 zu sehen. Die beiden eingesetzten Optimierungen müssen nicht zwangsweise in der dargestellten Reihenfolge verwendet werden. Vielmehr könnten die beiden Verfahren unabhängig voneinander benutzt werden. Der Vorteil der vorgestellten robusten Optimierung beruht auf der Tatsache, dass keine Kenntnisse über die Toleranzen notwendig sind. Es ist ein einfacher Ansatz, der lediglich eine Erweiterung der Randbedingungen benötigt. Der Einsatz des Verfahrens ist auf die Entwurfsphase begrenzt. Die Kosten-Toleranz-Optimierung hingegen ist auf bestehende Lösungen und Entwürfe anwendbar.

In Bild 6.12 sind die Ergebnisse der Untersuchungen zusammengefasst.

Das Potential der Kosten-Toleranz-Optimierung zeigt sich bereits bei einer Optimierung eines vorhandenen Entwurfes. Durch die gezielte Veränderung der Toleranzgrade an den Hauptabmessungen kann eine Kostenreduktion bei ansonst gleichem statistischem Verhalten erreicht werden. Die Anwendung des Verfahrens auf den volumenminimierten Entwurf führt zu einer Kostenreduktion von 30 %. Die Kosteneinsparung zwischen optimierten volumenminimierten Entwurf und dem optimierten robusten Entwurf beträgt nur 8 %. In der durchgeführten Untersuchung wurde für alle Hauptabmessung die gleiche Kosten-Toleranz-Beziehung hinterlegt.

Die Entwicklung eines Aktors mit dem vorgestellten Verfahren führt gezielt zu einer robusten kostengünstigen Lösung. Es ermöglicht, eine simulationsgestützte Tolerierung. Die gezeigte Vorgehensweise berücksichtigt Toleranzen bereits in den ersten Entwicklungsschleifen.

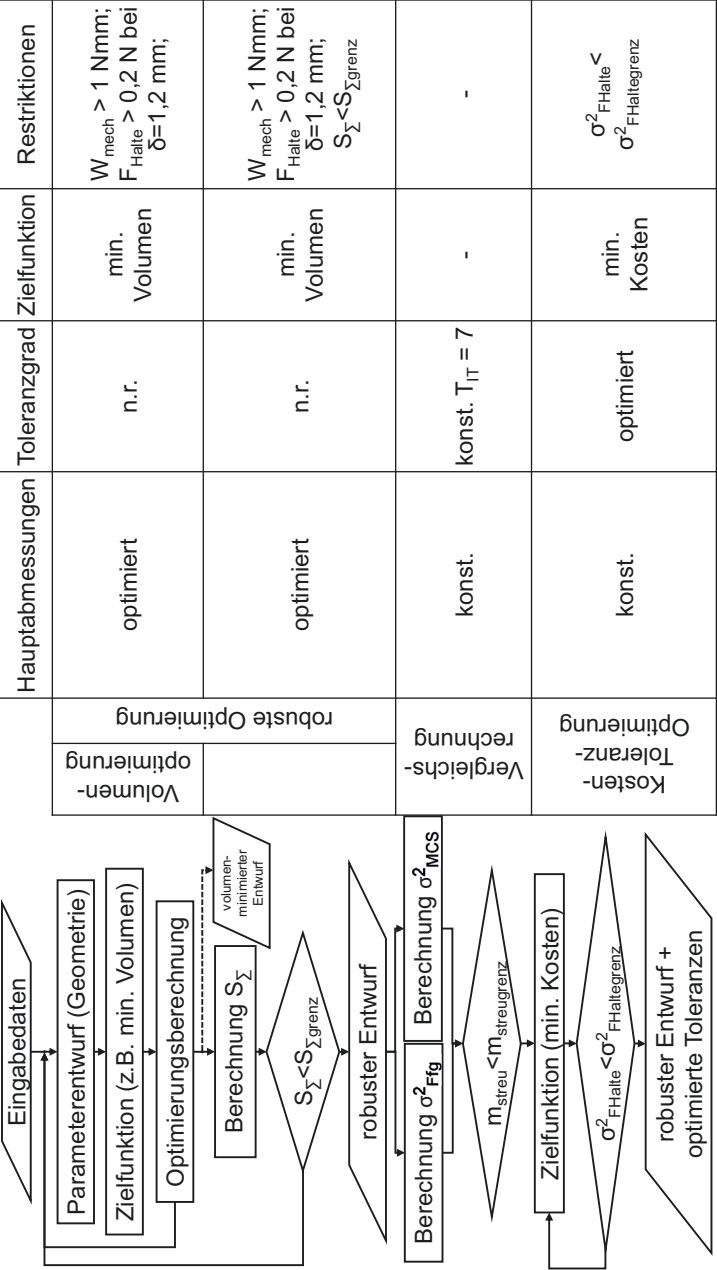


Bild 6.11: Ablaufplan der entwickelten Vorgehensweise
(verwendete Abkürzungen: n.r. = nicht relevant; min. = minimiert; konst. = konstant)

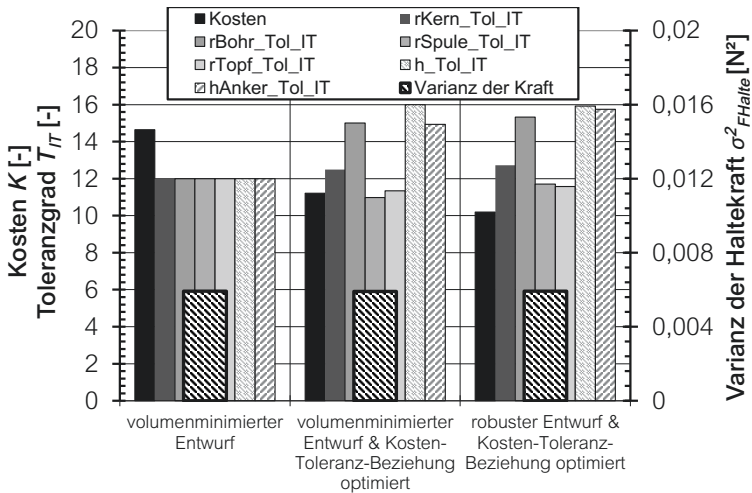


Bild 6.12: Kosten und Toleranzgrade für die unterschiedlichen Entwürfe bei gleicher Varianz der Haltekraft

An dem virtuellen Prototypen können Bewertungen hinsichtlich seiner Robustheit, der notwendigen Toleranzen und daraus resultierenden Kosten durchgeführt werden. Die durchgeführten Simulationen wurden innerhalb von 10 Minuten auf einem handelsüblichen PC durchgeführt ($N = 100000$ für eine Monte-Carlo-Simulation inklusive vorhergehender Volumenoptimierung). Die gezeigte Vorgehensweise kann die Entwicklungszeit und die Kosten, sonst notwendiger Musterschleifen reduzieren. Ein ermitteltes Optimum muss nicht zwangsweise die robusteste Lösung sein. Das Simulationsmodell gibt dem Entwickler eine Hilfestellung bei der Festlegung von Toleranzen und kann zur Senkung von Kosten genutzt werden.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit bezieht die reale Serienproduktion in den virtuellen Entwurf von elektromagnetischen Ventilen mit ein. Zunächst werden Prozessparameter von elektromagnetischen Ventilen betrachtet. Daraus abgeleitet wurden die Toleranzen, die bei elektromagnetischen Ventilen auftreten, klassifiziert. Sie ermöglichen es, Abweichungen die z. B. in der Fertigung vorkommen, zu beschreiben. Aufbauend darauf wurde gezeigt, wie toleranzbehaftete Materialeigenschaften in der Entwurfsphase berücksichtigt werden können. Dies wurde beispielhaft für den variierenden prozentualen Kohlenstoffgehalt eines Stahls mit Hilfe des Jiles-Atherton-Hysteresemodells durchgeführt. Die Auswirkungen von Form-, Maß- und Lagetoleranzen auf die Kraft-Hub-Kennlinie sind an einem Proportionalantrieb mit Hilfe der 2D FEM betrachtet worden. Es wurde darauf eingegangen, welcher Kostenvorteil sich für ein Unternehmen ergibt, wenn eine Prüfung von Einzelteilen oder Baugruppen mit Hilfe des $\Phi(\Theta, \delta)$ -Kennlinienfeldes erfolgt.

Die an Gleichstrommagneten auftretenden Radialkräfte, die als Folge von Toleranzen auftreten, wurden durch Versuche und Simulationen an einem Proportionalmagneten untersucht. Der Vergleich aus Theorie und Praxis zeigte eine gute Übereinstimmung. Dabei auffällige Besonderheiten konnten durch theoretische Betrachtungen nachvollzogen werden. Die Besonderheiten waren zum einen die Kraftabnahme im Bereich der Steuerkonus bei zunehmender Durchflutung und zum anderen der progressive Anstieg der magnetischen Hysterese. Die gewonnenen Erkenntnisse zur Berechnung von Radialkräften wurden für eine Lebensdauerberechnung eines Gleitlagers beispielhaft verwendet. Durch Berücksichtigung der Kraftzunahme in Folge der radialen Steifigkeit kann es zu einem Versagen des elektromagnetischen Ventils kommen. Es zeigte sich, dass die linearen Modelle zur Vorhersage der Radialkräfte bei den untersuchten Geometrien ausreichend sind. Darüber hinaus zeichnen sich die linearen Modelle durch ihre sehr geringe Rechenzeit aus. Die Sta-

tik und insbesondere der Kraftangriffswinkel des Ankers beeinflussen die auftretenden Reaktionskräfte. Es konnte ein Zusammenhang zwischen der Radialarbeit und der theoretisch möglichen Hubarbeit hergestellt werden. Für Schaltmagneten wurde ein Nomogramm entwickelt, welches ermöglicht, die auftretenden Radialkräfte grafisch zu ermitteln, und als Hilfsmittel für Konstrukteure genutzt werden kann.

Die grundlegenden Methoden um das statistische Verhalten zu berechnen, wurden kurz erklärt und an einfachen Beispielen gegenübergestellt. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz und die Monte-Carlo-Simulation wiesen in den betrachteten Fällen eine gute Deckungsgleichheit auf. Eine Ausnahme bildet hier das Beispiel des Proportionalantriebs, in Folge der partiellen Ableitung $\frac{\partial F}{\partial \delta} = 0$ führt die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes zu einer Abweichung bzw. Verringerung der Ausgangsvarianz.

Das Zusammenspiel von variierenden magnetischen und geometrischen Eigenschaften wurde an einem polarisierten Antrieb betrachtet. Mit dem entwickelten Netzwerkmodell des Aktors konnten weitreichende Untersuchungen aus den Bereichen Entwicklung und Fertigungstechnik detailliert betrachtet werden. Im Vordergrund stand hierbei die Funktionsfähigkeit des Aktors bei Großserienfertigung und dessen Varianz der Ausgangsgröße. Mit Hilfe des statistischen Verhaltens der Ausgangsgröße konnten anschließende Prozesse simuliert und bewertet werden. Dies führte zu einer Verkürzung des Entwicklungsprozesses. Ferner wurde an dem Aktor eine Sensitivitätsanalyse und eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Die erhaltenen Ergebnisse wurden verglichen und gegenübergestellt.

Aufbauend auf den gewonnenen Erkenntnissen wurde eine Vorgehensweise entwickelt, die es ermöglicht, Toleranzen im Entwurfsprozess zu berücksichtigen und eine robuste kostengünstige Lösung zu finden. An einem Topfmagnet wurde eine Kosten-Toleranz-Optimierung durchgeführt. Damit die Toleranzen im Entwurfsprozess miteinbezogen werden konnten, wurde ein Algorithmus implementiert. Für jeden Parameter wurde eine Kosten-Toleranz-Beziehung hinterlegt. Die Optimierung bietet dem Konstrukteur eine Hilfestellung bei der Festlegung von Toleranzen. Durch den gezielten Einsatz der Vorgehensweise können in den ersten Entwurfsphasen bereits Kosten reduziert werden. Dies konnte beispielhaft durch die Abhängigkeit der Sensitivität von dem Volumen des Aktors gezeigt werden.

Die Ergebnisse nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz sind der Monte-Carlo-Simulation hinsichtlich der Güte der Ergebnisse gleichwertig. Der Berechnungsaufwand beträgt nur einen Bruchteil der Monte-Carlo-Simulation. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz sollte daher bevorzugt für Optimierungsaufgaben benutzt werden. Es empfiehlt sich jedoch eine parallele Nutzung der beiden Verfahren, um das Ergebnis des Fehlerfortpflanzungsgesetzes zu bestätigen.

Der Entwicklungsprozess kann mit Hilfe der gezeigten statistischen Simulation beschleunigt werden. Fragestellungen, die im normalen Entwicklungsprozess erst im Zuge der ersten Kleinserienfertigung entstehen, können somit im voraus virtuell untersucht und beantwortet werden. Bereits in einem sehr frühen Stadium der Entwicklung ist es möglich, kritische Prozesse zu analysieren und die Robustheit des Systems in Hinsicht auf eine Serienfertigung vorherzusagen. Der gesamte Entwicklungsprozess wird somit von Beginn an effektiver und effizienter. Darüber hinaus kann das aus der virtuellen Entwicklung stammenden statistische Verhalten der Ausgangsgröße für Prozessüberlegungen genutzt werden. Die Integration des Fertigungsprozesses bzw. der Fertigungsstrategie kann in einer früheren Entwicklungsphase stattfinden. Die Prozesssicherheit eines virtuellen Entwurfs wird schon zu Beginn des Entwicklungsprozesses berücksichtigt.

Zukünftige Untersuchungen sollen sich mit dem Zusammenspiel des tribologischen Systems der Lagerung und den Radialkräften beschäftigen. Der Zusammenhang zwischen Gleitgeschwindigkeit, Belastung und Temperatur ist sehr komplex. Eine optimale Lagerauswahl bzw. Anpassung von Radialkräften kann zu einer weiteren Reduktion der Reibungshysterese führen.

Der Zusammenhang zwischen der theoretischen Hubarbeit und der Radialarbeit sollte für unterschiedliche Magnetaktoren näher untersucht werden.

Die Kosten-Toleranz-Optimierung sollte weiter entwickelt werden, um z. B. den Materialverbrauch von Kupfer, Eisen oder Seltenen Erden zu berücksichtigen. Eine Bewertung unterschiedlicher Magnetbauformen/-typen hinsichtlich ihrer Robustheit unter Berücksichtigung geeigneter Randbedingungen sollte mit der entwickelten Vorgehensweise erfolgen.

Literaturverzeichnis

- [1] KALLENBACH, E. ; EICK, R. ; QUENDT, P. ; FEINDT, K. ; STRÖHLA, T. ; KALLENBACH, M.: *Elektromagnete : Grundlagen, Berechnung, Entwurf und Anwendung*. 2., überarbeitete und ergänzte Auflage. Wiesbaden : B. G. Teubner Verlag, 2003
- [2] Richtlinie VDI 2206 Juni 2004. *Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*
- [3] SCHULTZ, A. W.: *Simulationsgestützter Entwurf elektromagnetischer Linearaktoren für fluidtechnische Ventile*. Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 2006
- [4] FIEDLER, M.: Virtueller Entwurf servopneumatischer Ventile. In: *O+P* 4 (2007), S. 172–176
- [5] GIMKIEWICZ, K.: *Kombination von Proportionalventil- und 2-Wege-Einbauventiltechnik für Mehrfunktionalregelungen*. Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1992
- [6] BÖDRICH, T. ; ROSCHKE, T.: A Magnetic Library for Modelica. In: *Proc. of 4th Int. Modelica Conf.* Hamburg, März 2005, S. 559–565
- [7] BÖDRICH, T.: Electromagnetic Actuator Modelling with the Extended Modelica Magnetic Library. In: *Proc. of 6th Int. Modelica Conf.* Bielefeld, März 2008, S. 221–227
- [8] HERRMANN, M.: *Entwurf, Berechnung und Regelung magnetischer Reluktanzaktoren*. Technische Universität München, Dissertation, 2008
- [9] ROSCHKE, T. ; FRAULOB, S. ; SEILER, R. ; BÖDRICH, T.: Bipolar Magnetic Actuators and Approaches for their Design. In: *Proc. of 10th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*. San Sebastián (Spain), September 2003, S. 209–215
- [10] STRÖHLA, T.: *Ein Beitrag zur Simulation und zum Entwurf von elektromagnetischen Systemen mit Hilfe der Netzwerkmethod.* Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2002
- [11] MATHWORKS: *Matlab/Simulink*. Internet. <http://www.mathworks.de/>. Version: 2013

- [12] MODELICA: *Modelica and the Modelica Association*. Internet. <https://www.modelica.org/>. Version: 2013
- [13] INNOMAS GMBH: *Sesam V2003*. Internet. http://www.innomas.de/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=37&Itemid=55. Version: 2013
- [14] ITI GMBH: *SimulationX*. Internet. <http://www.itisim.com/simulationx/>. Version: 2013
- [15] FEINDT, K.: *Untersuchungen zum Entwurf von Elektromagneten unter Berücksichtigung dynamischer Kenngrößen*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2003
- [16] SCHNEIDER, P.: FEM-gestützte Ableitung von Magnetkreismodellen für elektromagnetische Aktoren. In: *18. CAD-FEM Users' Meeting*. Friedrichshafen, 2000, S. 1–8
- [17] KEILIG, R.: *Entwurf von schnellschaltenden (hochdynamischen) neutralen Elektromagnetsystemen*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2007
- [18] KLEPPMANN, W.: *Taschenbuch Versuchsplanung: Produkte und Prozesse optimieren*. 6., überarbeitete Auflage. München [u.a.] : Carl Hanser Verlag, 2009
- [19] KOENNING, M.: *Optimierung und Robustheitsbewertung in der Simulation mechanischer Systeme*. Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2007
- [20] HARZHEIM, L.: *Strukturoptimierung : Grundlagen und Anwendungen*. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 2008
- [21] PHAM, T.-Q. ; KAMUSELLA, A.: Probabilistische Optimierung am Beispiel eines Magnetantriebes. In: *19. Symposium Simulationstechnik*. Hannover, September 2006, S. 195–200
- [22] PHAM, T.-Q. ; KAMUSELLA, A.: Zuverlässigkeitsanalyse und zuverlässigkeitsbasierte Optimierung mit probabilistischen Methoden am Beispiel eines Magnetantriebes. In: *VDI-Tagung Technische Zuverlässigkeit*. Leonberg, April 2009, S. 133–144
- [23] PHAM, T.-Q. ; KAMUSELLA, A.: Kostengünstige Entwicklung von Qualitätsprodukten durch probabilistische Simulation und Optimierung. In: *FVA SimPEP-Kongress*. Veitshöchheim, Juni 2009
- [24] PHAM, T.-Q. ; NEUBERT, H. ; KAMUSELLA, A.: Zuverlässigkeitsbewertung mechatronischer Systeme durch multidisziplinäre

- und probabilistische Simulation. In: *3. Tagung DVM-Arbeitskreis Zuverlässigkeit mechatronischer Systeme*. Darmstadt, April 2010
- [25] NEUBERT, H. ; FLEISCHER, D. ; KAMUSELLA, A. ; PHAM, T.-Q.: Optimization of Bipolar Magnetic Actuators for Microvalves with Regard to the Tolerances. In: *International Conference and Exhibition on New Actuators and Drive Systems*. Bremen, Juni 2008
- [26] PHAM, T.-Q.: *OptiY Fallstudie : Six Sigma Design of a Solenoid Actuator*. OptiY GmbH. <http://www.optiy.de/download/SolenoidActuator.pdf>. Version: 2011
- [27] STRÖHLA, T.: Verhaltensoptimierung von Magnetsystemen mit Empfindlichkeitsbetrachtungen. In: *1. Ilmenauer Magnettag*. Ilmenau, Juni 2008
- [28] KALLENBACH, E. ; BEYER, F. ; BAUMBACH, J. ; KUCERA, U.: Beispiele zur Simulation von Magnetaktoren mit stark gesättigten Abschnitten im Magnetkreis. In: *Ansoft Tagung*. München, November 2007
- [29] REIF, K.: *Ottomotor-Management - Steuerung, Regelung und Überwachung*. Berlin Heidelberg New York : Springer-Verlag, 2015
- [30] ISERMANN, R.: *Elektronisches Management motorischer Fahrzeugantriebe - Elektronik, Modellbildung, Regelung und Diagnose für Verbrennungsmotoren, Getriebe und Elektroantriebe*. Berlin Heidelberg New York : Springer-Verlag, 2010
- [31] RUMMICH, E.: *Elektrische Schrittmotoren und -antriebe : Funktionsprinzip - Betriebseigenschaften - Messtechnik*. 4. Aufl. Renningen : Expert Verlag, 2007
- [32] LU, Y.-h.: *Entwicklung vorgesteuerter Proportionalventile mit 2-Wege-Einbauventil als Stellglied und mit geräteinterner Rückführung*. Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1981
- [33] MAXWELL, J. C.: A dynamical theory of the electromagnetic field. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 155 (1865), S. 459–513
- [34] LEUCHTMANN, P.: *Einführung in die elektromagnetische Feldtheorie*. München [u.a.] : Pearson Studium, 2005
- [35] LEHNER, G.: *Elektromagnetische Feldtheorie : für Ingenieure und Physiker*. 5., Auflage. Berlin [u.a.] : Springer Verlag, 2006

- [36] KÜPFMÜLLER, K. ; KOHN, G.: *Theoretische Elektrotechnik und Elektronik : eine Einführung*. 15., korrigierte Auflage. Berlin [u.a.] : Springer Verlag, 2000
- [37] SÜSSE, R. ; BURGER, P. ; DIEMAR, U. ; KALLENBACH, E. ; MARX, B. ; STRÖHLA, T.: *Theoretische Grundlagen der Elektrotechnik 2*. Wiesbaden : B. G. Teubner Verlag, 2006
- [38] ANSYS: *ANSYS Maxwell*. Internet. <http://www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Electromagnetics/Electromechanical+Design/ANSYS+Maxwell>. Version: 2013
- [39] MAGSOFT: *Magsoft Flux*. Internet. <http://magsoft-flux.com/products/flux>. Version: 2013
- [40] COMSOL: *COMSOL AC/DC Module*. Internet. <http://www.comsol.com/products/acdc/>. Version: 2013
- [41] MEEKER, D.: *FEMM*. Internet. <http://www.femm.info/wiki/HomePage>. Version: 2013
- [42] BÖDRICH, T.: *Modelica Magnetic Library 1.0 Users Guide*. http://www.modelica.org/libraries/Modelica_Magnetic/releases/1.0/Modelica_Magnetic_1_0.zip. Version: 10 2007
- [43] KÜSTER, M: Interne Technische Dokumentation eines 3/2-Druckregelventils / Rausch & Pausch GmbH. 2008. – Forschungsbericht
- [44] BELYAEV, N.: *Entwurf schnellwirkender elektromagnetischer Antriebe mit wechselsinniger Ankerbewegung und steuerbaren Rasten unter Vorgabe dynamischer Parameter*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2010
- [45] DUDEN: *Online Ausgabe : Definition des Begriffs: "Prozess"*. <http://www.duden.de/node/659973/revisions/1195613/view>. Version: Februar 2012
- [46] Norm DIN IEC 60050-351 Juni 2008. *Internationales Elektrotechnisches Wörterbuch - Teil 351-21-43: Leittechnik (IEC 60050-351:2006); Definition des Begriffes "Prozess"*
- [47] Norm DIN IEC 60050-351 Juni 2008. *Internationales Elektrotechnisches Wörterbuch - Teil 351-21-44: Leittechnik (IEC 60050-351:2006); Definition des Begriffes "technischer Prozess"*
- [48] Norm DIN IEC 60050-351 Juni 2008. *Internationales Elektrotechnisches Wörterbuch - Teil 351-26-39: Leittechnik (IEC 60050-351:2006); Definition des Begriffes "robuste Auslegung"*

- [49] FISCHER, H.: *Werkstoffe in der Elektrotechnik : Grundlagen - Aufbau - Eigenschaften - Prüfung - Anwendung - Technologie*. 5., verbesserte Auflage. München [u.a.] : Carl Hanser Verlag, 2003
- [50] KLEIN, B.: *Prozessorientierte Statistische Tolerierung : Mathematische Grundlagen - Toleranzverknüpfungen - Prozesskontrolle - Maßkettenrechnung - Praktische Anwendung*. Renningen : Expert Verlag, 2007
- [51] KLEIN, B.: *Toleranzmanagement im Maschinen- und Fahrzeugbau : Form- u. Lagetoleranzen - Tolerierungsprinzipien - Tolerierungsverknüpfungen - Maßketten - Oberflächen*. München : Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2006
- [52] EHRENSPIEL, K. ; KIEWERT, A. ; LINDEMANN, U.: *Kostengünstig Entwickeln und Konstruieren : Kostenmanagement bei der integrierten Produktentwicklung*. 6., bearbeitete und ergänzte Auflage. Berlin [u.a.] : Springer Verlag, 2007
- [53] DIPLARIS, S. C. ; SFANTSIKOPOULOS, M. M.: Cost-Tolerance Function. A New Approach for Cost Optimum Machining Accuracy. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 16 (2000), S. 32–38
- [54] DONG, Z. ; HU, W. ; XUE, D.: New Production Cost-Tolerance Models for Tolerance Synthesis. In: *Journal of Engineering for Industry* 116 (1994), S. 199–206
- [55] JORDEN, W.: *Form- und Lagetoleranzen : Handbuch für Studium und Praxis*. 3., verbesserte und erweiterte Auflage. München [u.a.] : Carl Hanser Verlag, 2005
- [56] KUMAR, R. S. ; ALAGUMURTHI, N. ; RAMESH, R.: Calculation of Total Cost, Tolerance Based on Taguchi' s, Asymmetric Quality Loss Function Approach. In: *American Journal of Engineering and Applied Sciences* 2 (2009), S. 628–634
- [57] YEO, S. H. ; NGOI, B. K. A. ; CHEN, H.: A cost-tolerance model for process sequence optimisation. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 12 (1996), S. 423–431
- [58] YEO, S. H. ; NGOI, B. K. A. ; POH, L. S. ; HANG, C.: Cost-tolerance relationships for non-traditional machining processes. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 13 (1997), S. 35–41
- [59] ZHANG, H.-C.: *Advanced tolerancing techniques*. New York [u.a.] : Wiley, 1997

- [60] WITTMANN, M.: *Toleranzinformationssysteme in der Produktentwicklung*. Universität Saarbrücken, Dissertation, 2001
- [61] PRAUN, S. v.: *Toleranzanalyse nachgiebiger Baugruppen im Produktentstehungsprozess*. Technischen Universität München, Dissertation, 2001
- [62] Norm DIN ISO 13715 Dezember 2000. *Technische Zeichnungen - Werkstückkanten mit unbestimmter Form - Begriffe und Zeichnungsangaben*
- [63] BOLL, R.: *Weichmagnetische Werkstoffe : Einführung in den Magnetismus : VAC-Werkstoffe und ihre Anwendungen*. 4., völlig neu überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin [u.a.] : Siemens-Aktiengesellschaft, 1990
- [64] REINBOTH, H.: *Technologie und Anwendung magnetischer Werkstoffe*. 3., überarbeitete und ergänzte Auflage. Berlin : VEB Verlag Technik, 1970
- [65] BURROWS, C.W.: Correlation of the magnetic and mechanical properties of steel. In: *Scientific papers of the Bureau of Standards* 13 (1916), Nr. 272, S. 173–210
- [66] CHENEY, W.L.: Preparation and Properties of Pure Iron Alloys : II Magnetic Properties of Iron-carbon Alloys as Affected by Heat Treatment and Carbon Content. In: *Scientific papers of the Bureau of Standards* 18 (1922), Nr. 463, S. 609–635
- [67] GÜMLICH, E. ; GOERENS, P.: Über die Abhängigkeit der magnetischen Eigenschaften, des spezifischen Widerstandes und der Dichte der Eisenlegierungen von der chemischen Zusammensetzung und der thermischen Behandlung. In: *Wissenschaftliche Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt* 4 (1918), S. 267–410
- [68] BOZORTH, R. M.: *Ferromagnetism*. Reissue. New Jersey : Wiley, 2003
- [69] BAUMBACH, J. ; KALLENBACH, E. ; KUCERA, U. ; NEUMANN, K. ; RADLER, O.: MagHyst®-modular – ein universelles Gerät zur Messung magnetischer Größen und Kennlinien an Materialien, Halbzeugen und Magnetaktoren. In: *Messeartikel für die Sensor+Test*, 2009
- [70] KÜSTER, M.: Interner Arbeitsbericht: Optimierung eines Laserschweißprozesses / Rausch & Pausch GmbH. 2010. – Forschungsbericht

- [71] RANJAN, R. ; JILES, D. ; RASTOGI, P.: Magnetic properties of decarburized steels: An investigation of the effects of grain size and carbon content. In: *Magnetics, IEEE Transactions on* 23 (1987), S. 1869–1876
- [72] JILES, D C.: Magnetic properties and microstructure of AISI 1000 series carbon steels. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 21 (1988), S. 1186
- [73] Norm DIN EN 10277-2 Juni 2008. *Blankstahlerzeugnisse - Technische Lieferbedingungen - Teil 2: Stähle für allgemeine technische Verwendung; Deutsche Fassung EN 10277-2:2008*
- [74] JILES, D.C. ; THOELKE, J.B. ; DEVINE, M.K.: Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis. In: *Magnetics, IEEE Transactions on* 28 (1992), S. 27 –35
- [75] SADOWSKI, N. ; BATISTELA, N.J. ; BASTOS, J.P.A. ; LAJOIE-MAZENC, M.: An inverse Jiles-Atherton model to take into account hysteresis in time-stepping finite-element calculations. In: *Magnetics, IEEE Transactions on* 38 (2002), S. 797 –800
- [76] WILLIAMS, M. C. ; VOGELSONG, R. S. ; KUNDERT, K. S.: *Simulation and Modeling of Nonlinear Magnetics*. <http://www.designers-guide.com/Modeling/mag.pdf>. Version: 2012
- [77] SÜSSE, R. ; BURGER, P. ; DIEMAR, U. ; MARX, B. ; STRÖHLA, T.: *Theoretische Grundlagen der Elektrotechnik 1*. Wiesbaden : B. G. Teubner Verlag, 2005
- [78] KIS, P.: *Jiles-Atherton Model Implementation to Edge Finite Element Method*. Budapest University of Technology and Economics, Phd, 2007
- [79] BERTINELLI, F ; COMEL, S ; HARLET, P ; PEIRO, G ; RUSSO, A ; TAQUET, A: Production of Low-Carbon Magnetic Steel for the LHC Superconducting Dipole and Quadrupole Magnets. In: *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 16 (2006), S. 1777–1781
- [80] ROSENBAUM, S.: *Entwurf elektromagnetischer Aktoren unter Berücksichtigung von Hysterese*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2011
- [81] FIRMENSCHRIFT: *Werkstoffdaten Dauermagnete*. Bonn : Magnetfabrik Bonn GmbH, 2012

- [82] FIRMENSCHRIFT: *Selten Erd Dauermagnete VACODYM VACOMAX*. Hanau : Vacuumschmelze GmbH & Co. KG (VAC), 2011
- [83] CASSING, W.: *Dauermagnete : Mess- und Magnetisieretechnik*. Renningen : Expert Verlag, 2007
- [84] SCHAT, W. ; WIETERS, K.-P. ; KIEBACK, B.: *Pulvermetallurgie : Technologie und Werkstoffe*. 2., bearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin [u.a.] : Springer Verlag, 2007
- [85] MICHALOWSKY, L. ; SCHNEIDER, J.: *Magnetetechnik : Grundlagen, Werkstoffe, Anwendungen*. 3., aktualisierte Auflage. Essen : Vulkan-Verlag, 2006
- [86] STÖLTING, H.-D. ; KALLENBACH, E.: *Handbuch Elektrische Kleinantriebe*. 3., neu bearbeitete und erweiterte Auflage. München [u.a.] : Carl Hanser Verlag, 2006
- [87] Norm DIN IEC 60404-8-1 Februar 2003. *Magnetische Werkstoffe - Teil 8-1: Anforderungen an einzelne Werkstoffe; Hartmagnetische Werkstoffe (Dauermagnete) (IEC 60404-8-1:2001)*
- [88] FIRMENSCHRIFT: *Übersicht Magnetische Kenndaten nach DIN IEC 60404-8-1*. Schramberg-Sulgen : MS-Schramberg GmbH & Co. KG, 2012
- [89] KALLENBACH, E. ; EICK, R. ; QUENDT, P. ; STROHLA, T. ; FEINDT, K. ; KALLENBACH, M. ; RADLER, O.: *Elektromagnete : Grundlagen, Berechnung, Entwurf und Anwendung*. 4., überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2012
- [90] RADLER, O.: *Ein Beitrag zur Messung statischer und dynamischer Eigenschaften von elektro-magneto-mechanischen Energiewandlern und deren Komponenten*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2011
- [91] GADYUCHKO, A. ; KALLENBACH, E.: Innovatives Qualitätsmanagement : Prüfung von Elektromagneten und Magnetventilen. In: *O+P* 5 (2010), S. 2
- [92] BINDER, W.: *Zug-Schub-Elektromagnet*. Deutsches Patentamt Patentschrift Nr. 976704, Mai 1941
- [93] KLEIN, B.: *Versuchsplanung - DoE : Einführung in die Taguchi/Shainin-Methodik*. 2., korrigierte und erweiterte Auflage. München [u.a.] : Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2007
- [94] BRANDS, C.: Solving the Powertrain Puzzle - Ganzheitliche Simulation - Der zukünftige Weg zur Berechnung von Motorsystemen?

- In: *Schaeffler Kolloquium* Bd. 10, Schaeffler Technologies AG & Co. KG, April 2014, S. 140–155
- [95] RADLER, S. Rosenbaum T. Ströhla E. Kallenbach A. Gadyuchko U. Kucera J. Baumbach V. Zöppig T. R. O. ; WITTIG, K.-H.: Influence of Magnetic Materials on the Function of Electromagnetic Actuators. In: *11th International Conference on New Actuators*. Bremen, ACTUATOR 2008, S. 441–444
 - [96] CZICHOS, H. ; HABIG, K.H.: *Tribologie-Handbuch : Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2010
 - [97] ETTEMAYER, A. ; OLBRICH, O.: *Konstruktionselemente : Kapitel 11: Wälzlager*. Fachhochschule München : Skript zur Vorlesung, 2007
 - [98] WOLFRAM RESEARCH: *Mathematica* 8. Internet. <http://www.wolfram.com/mathematica/>. Version: 2013
 - [99] KALLENBACH, E. ; GADYUCHKO, A.: Domänenübergreifende Prüfmethoden für die Fertigung und Anwendung von Magnetaktoren. In: *2. Ilmenauer Magnettag*. Ilmenau, Juni 2010
 - [100] FISCHER, R.: *Elektrische Maschinen*. 13., aktualisierte Auflage. München [u.a.] : Carl Hanser Verlag, 2006
 - [101] FIRMENSCHRIFT: *Datenblatt DP4B TM Gleitwerkstoff*. Heilbronn : GGB Heilbronn GmbH, 2013 <http://www.ggbearings.de>
 - [102] VOGEL, F.: *Beschreibende und schließende Statistik : Formeln, Definitionen, Erläuterungen, Stichwörter und Tabellen*. 12., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. München [u.a.] : Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2000
 - [103] KLEIN, B.: *Statistische Tolerierung : prozessorientierte Bauteil- und Montageoptimierung*. München : Carl Hanser Verlag, 2002
 - [104] PAPULA, L.: *Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler : mit zahlreichen Rechenbeispielen und einer ausführlichen Integraltafel*. 7., durchgesehene und erweiterte Auflage. Wiesbaden [u.a.] : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2001
 - [105] BERTSCHE, B. ; LECHNER, G.: *Zuverlässigkeit in Maschinenbau und Fahrzeugtechnik : Ermittlung von Bauteil- und System-Zuverlässigkeiten*. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin [u.a.] : Springer Verlag, 2004

- [106] SOONG, T. T.: *Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers*. Hoboken [u.a.] : Wiley, 2004
- [107] FAHRMEIR, L. ; KÜNSTLER, R. ; PIGEOT, I. ; TUTZ, G.: *Statistik : Der Weg zur Datenanalyse*. 6., überarbeitete Auflage. Berlin [u.a.] : Springer Verlag, 2007
- [108] ZOCHER, K.-P.: *Grundlagen der qualitätssichernden Fertigungsgestaltung und -steuerung*. Technische Universität Ilmenau : Skript zur Vorlesung, 2002
- [109] ADUNKA, F.: *Messunsicherheiten : Theorie und Praxis*. 3. Auflage. Essen : Vulkan Verlag, 2007
- [110] KARIAN, Z. A. ; DUDEWICZ, E. J.: *Fitting Statistical Distributions : The Generalized Lambda Distribution and Generalized Bootstrap Methods*. Boca Raton [u.a.] : CRC Press, 2000
- [111] KIMOTHI, S. K.: *The Uncertainty of Measurements : Physical and Chemical Metrology: Impact and Analysis*. Milwaukee [u.a.] : ASQ Quality Press, 2002
- [112] Norm JCGM 100:2008 September 2008. *Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement*
- [113] Norm DIN 1319-3 Mai 1996. *Grundlagen der Meßtechnik - Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Meßgröße, Meßunsicherheit*
- [114] GAMWEGER, J. ; JOEBSTL, O. ; STROHRMANN, M. ; SUCHOWERSKYJ, W.: *Design for Six Sigma : Kundenorientierte Produkte und Prozesse fehlerfrei entwickeln*. München : Carl Hanser Verlag, 2009
- [115] SCHULZE, A. ; DIETRICH, E.: *Statistische Verfahren zur Maschinen- und Prozessqualifikation*. 6., vollständig überarbeitete Auflage. München [u.a.] : Carl Hanser Verlag, 2009
- [116] REHBEHN, R. ; KLEINERT, A. ; BUTHMANN, A.: *Produkt- und Prozessdesign für Six Sigma mit DFSS : Strategien, Methoden und Praxisbeispiele zu innovativem, nachhaltigem Design*. Erlangen : Publicis Corporate Publishing, 2008
- [117] SCOTT, D. W.: On optimal and data-based histograms. In: *Biometrika* 66 (1979), Nr. 3, S. 605–610
- [118] STURGES, H. A.: The choice of a class interval. In: *Journal of the American Statistical Association* 21 (1926), S. 65–66

- [119] BILLINGSLEY, P.: *Probability and measure*. 3., Auflage. New York [u.a.] : J. Wiley & Sons, 1995
- [120] WEISSTEIN, E. W.: *Lyapunov Condition*. MathWorld—A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/LyapunovCondition.html>. Version: 03 2012
- [121] RIETHMÜLLER, J.: *Eigenschaften polarisierter Elektromagnete und deren Dimensionierung anhand eines Entwurfsalgorithmus mit einem Optimierungsverfahren*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2004
- [122] WEISSGERBER, W.: *Elektrotechnik für Ingenieure 1 : Gleichstromtechnik und Elektromagnetisches Feld*. 7., überarbeitete Auflage. Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2007
- [123] TEUTSCH, H. K.: Elektromagnetischer Linearmotor für direkt betätigte Servoventile. In: *O+P* 34 (1990), Nr. 11, S. 754–761
- [124] DÖHLA, W. ; KEMNITZ, R. ; RUBITZKO, T. ; WEHNER, D.: Further development of valve technology in vehicle's hydraulic roll control systems. In: *9th International Fluid Power Conference (9th IFK)* Bd. Volume 3 - CONFERENCE. Aachen, Germany, 24th - 26th of March 2014 2014, S. 344–354
- [125] WESTKÄMPER, E. ; WARNECKE, H.-J.: *Einführung in die Fertigungstechnik*. 7., bearbeitete und ergänzte Auflage. Wiesbaden : B. G. Teubner Verlag, 2006
- [126] Norm DIN 30910-4 November 2004. *Sintermetalle - Werkstoff-Leistungsblätter (WLB) - Teil 4: Sintermetalle für Formteile*.
- [127] ALGLIB: *Levenberg-Marquard Algorithm*. ALGLIB Open Source. <http://www.alglib.net/optimization/levenbergmarquardt.php>. Version: 2012
- [128] ROBERT BOSCH GMBH: *Ottomotor-Management - Systeme und Komponenten*. 3. überarb. u. erg. Aufl. 2005. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2005
- [129] HOHLFELD, B.: *Vorlesung Automotive Software-Engineering: Teil 3 Die Automobilherstellung*. Technische Universität Dresden : Skript zur Vorlesung, 2012
- [130] SIEBENPFEIFFER, W.: *Energieeffiziente Antriebstechnologien : Hybridisierung - Downsizing - Software und IT*. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2013

- [131] HAB, G. ; WAGNER, R.: *Projektmanagement in der Automobilindustrie : effizientes Management von Fahrzeugprojekten entlang der Wertschöpfungskette*. 4., überarb. und akt. Aufl. Wiesbaden : Springer Gabler, 2013
- [132] WEISSTEIN, E. W.: *Half-Normal Distribution*. MathWorld—A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/Half-NormalDistribution.html>. Version: 06 2013
- [133] BASS, I.: *Six Sigma Statistics with EXCEL and MINITAB*. New York [u.a.] : McGraw-Hill Education, 2007
- [134] NÜRNBERG, M.: *Ein Beitrag zur Entwicklung der Toleranzplanung auf der Basis von Risikobetrachtungen*. Technische Universität Dortmund, Dissertation, 1998
- [135] EHRENSPIEL, K.: *Integrierte Produktentwicklung : Denkabläufe, Methodeneinsatz, Zusammenarbeit*. 3., aktualisierte Auflage. München [u.a.] : Carl Hanser Verlag, 2007
- [136] Norm DIN ISO 286-1 November 1990. *ISO-System für Grenzmaße und Passungen; Grundlagen für Toleranzen, Abmaße und Passungen; Identisch mit ISO 286-1:1988*
- [137] FRITZ, A. H. ; SCHULZE, G.: *Fertigungstechnik*. 8., neu bearbeitete Auflage. Berlin [u.a.] : Springer Verlag, 2008
- [138] MATEK, W. ; ROLOFF, H.: *Maschinenelemente*. 15., durchgesehene Auflage. Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2001